



UNIVERSIDADE AGOSTINHO NETO
FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE MINAS



Luís Daniel Manuel Sebastião

**APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA MINIMIZAR OS
CUSTOS DE PRODUÇÃO COM O AUMENTO GRADUAL DA TAXA
DE UTILIZAÇÃO DAS LAVARIAS DE PRÉ-TRATAMENTO**

CASO DE ESTUDO: ZONAS MINERALIZADAS, ZONA-1 E ZONA-2

Luanda/2023

Luís Daniel Manuel Sebastião

Estudante nº 108879

**APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA MINIMIZAR OS
CUSTOS DE PRODUÇÃO COM O AUMENTO GRADUAL DA TAXA
DE UTILIZAÇÃO DAS LAVARIAS DE PRÉ-TRATAMENTO**

CASO DE ESTUDO: ZONAS MINERALIZADAS, ZONA-1 E ZONA-2

Trabalho de fim do curso de Engenharia de Minas, apresentado à Faculdade de Engenharia da Universidade Agostinho Neto, como parte dos requisitos para obtenção do título de licenciado em Engenharia de Mina.

Orientador: Prof. Dr. Emidio Silva

Luanda/2023

DEDICATÓRIA

Dedico a minha mãe dona Angelina Manuel António Luís que não mediu esforços para investir na minha formação académica.

Aos meus Primos: Manuel Paulino Sambo, Luís Lwuavanga, Anastacio Pedro, Iracelma Pedro, por acreditarem em mim e pelo apoio moral e financeiros concedidos, durante a minha formação.

AGRADECIMENTO

Ao soberano Senhor Jeová pelo dom da vida, entendimento e humildade para a conclusão deste projecto.

A todos os professores e estudantes do Departamento de Minas da UAN-FE que dedicaram o seu tempo para passa-me experiências científicas e acadêmicas para que este feito se torne uma realidade.

Ao professor Emidio Silva (professor Nicha) pela dedicação, paciência e pelo conhecimento compartilhado. Sou grato também pela consideração por aceitar trabalhar comigo ir até ao fim.

Agradeço aos meus tios Sérgio Pedro, António Pedro e Júlia António Pedro pelo amor, força, paciência que demonstraram comigo, e pelo apoio ao longo dos anos da minha vida .

Agradeço ao Departamento de Operações Mineira da Endiama por disponibilizar alguns dados que foram de tamanha importância para conclusão deste trabalho.

EPIGRAFIA

Nem tudo é verdadeiro; mas em todo lugar e a todo o momento existe uma verdade a ser dita e a ser vista, uma verdade talvez, adormecida, mas que, no entanto está somente à espera de nosso olhar para aparecer, à espera de nossa mão para ser desvelada, a nós, cabe achar a boa perspectiva, o ângulo correto, os instrumentos necessários, pois de qualquer maneira ela está presente aqui e em todo lugar (FOUCAULT, 1982).

LISTAS DE FIGURAS

- 01- Esquema das etapas metodológicas
- 02- Ferramentas utilizadas para a realização do trabalho
- 03- Estrutura do trabalho
- 04- Esquema organizacional para resolução de um problema de PO
- 05- Transporte por correias transportadoras
- 06- Equipamento de transporte
- 07- Equipamento de carregamento
- 08- Ciclo de transporte, carregamento e descarregamento
- 09- Disposição das minas em relação ao transporte e lavarias
- 10- Plano de produção das zonas mineralizadas
- 11- Janela de lançamento do Solver
- 12- Janela intermédia do Solver
- 13- Disposição das minas em relação ao transporte e lavarias com taxa de utilização de 40%
- 14- Disposição das minas em relação ao transporte e lavarias com uma de utilização de 50%
- 15- Disposição das minas em relação ao transporte e lavarias com uma de utilização de 100%
- 16- Gráfico dos custos da relação entre os custos
- 17- Relação entre os custos total

LISTAS DE TABELAS

- 01-Especificações do equipamento transporte
- 02-Especificações do equipamento de carregamento
- 03- Dados para o desenvolvimento do modelo matemático
- 04-Custos unitários de produção das minas
- 05- Dados para formulação da restrição de qualidade
- 06-Produção horária dos pré-tratamentos
- 07-Taxa de utilização das Minas
- 08-Inserção dos dados do modelo para aplicação do solver
- 09-Situação das minas com uma taxa de utilização de 40%
- 10-Taxas de utilização dos pré-tratamentos
- 11-Situação das minas com uma taxa de utilização de 50%
- 12-Situação das minas com uma taxa de utilização de 100%
- 13-Apresentação dos resultados do simplex para todos os valores de tu
- 14-Produção horária e custos de aluguer dos camiões
- 15-Custos mínimo das zonas mineralizadas com taxa de utilização de 40%
- 16-Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 50%
- 17-Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 60%
- 18- Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 70%
- 19-Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 80%
- 20-Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 90%
- 21- Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 100%
- 22-custos óptimo, aluguel de camiões e escavadoras em cada tu
- 23-Projecção dos resultados para outras unidades de tempo
- 24-Variação percentual dos custos
- 25-Variação percentual dos teores
- 26-Variações conjunta dos custos unitários e dos teores
- 27-Solução óptima das variações dos custos e soluções com as variações dos teores

LISTAS DE ABREVIACÕES E SIMBOLOS

FO= Função Obetiva

m^3 = Metros cúbicos

m^3 /dia= Metros cúbicos por dia

IO= Investigação Operacional

PO= Pesquisa Operacional

PL= Programação Lineal

DMS=Meio Denso

PT= Pré-Tratamento

Z=Função Objetiva

F= Variável de Folga

T= Teor

CU= Custo Unitário

CPT= Centro de Pré- Tratamento

RHC= Parte independente das restrições

LHC= Coeficiêntes das variaveis nas restrições

X11, X12 e X13= Minas da zona-1

X21, X22, X23 e X24= Minas da zona-2

C1, C2 e C3= Custos unitários da zona-1

C11, C22, C23 e C24= Custos unitários da zona-2

tu=Taxa de utilização

RESUMO

As minas estão em constante mudança, sempre em busca de soluções que lhes forneçam melhorias a um custo acessível. O caso de estudo apresentam duas zonas mineralizadas, Zona-1 com três minas e Zona-2 com quatro minas, apenas uma mina está em funcionamento em cada zona.

Este trabalho tem como objetivo geral encontrar um procedimento óptimo de aumento da produção das duas zonas mineralizadas que eleve a produção total das minas a níveis mais elevado de utilização da capacidade de produção das lavarias PTs. E tem como objectivos específicos:

- ❖ Identificar as fases principais e formular um modelo matemático associada a um problema real.
- ❖ Utilizar o modelo formulado de forma sistemática para propor uma solução óptima de maior níveis de utilização das lavarias.
- ❖ Estender o impacto da solução óptima encontrada as variáveis económica do problema.
- ❖ Tratar a incerteza os dados e parâmetros utilizados através das técnicas de análise sensibilidade.

O presente trabalho foi desenvolvido um modelo para aplicação da programação linear utilizando o método “SIMPLEX” com ajuda da ferramenta SOLVER disponível no software excel, posteriormente os resultados obtido no excel foram confrontado com o software LINGO.

Com aplicação da programação linear com o método “SIMPLEX” foi encontrado um procedimento óptimo para o aumento da produção das duas zonas mineralizadas e activação de outras minas em cada zona.

A Partir **tu** de 80% até 100%, foi activada outras minas e para que elas funcionem é necessário levamos em conta os custos de aluguer dos equipamentos (camiões e escavadoras) e os custos de activação da minas.

ABSTRACT

Mines are constantly changing, always looking for solutions that provide improvements at an affordable cost. The case study presents two mineralized zones, Zone-1 with three mines and Zone-2 with four mines, only one mine is in operation in each zone.

The general objective of this work is to find an optimal procedure to increase the production of the two mineralized zones that raises the total production of the mines to higher levels of use of the production capacity of the PTs washries. And it has the following specific objectives:

Identify the main phases and formulate a mathematical model associated with a real problem.

⌘ Use the model formulated in a systematic way to propose an optimal solution for higher levels of use of washers.

⌘ Extend the impact of the optimal solution found on the economic variables of the problem.

⌘ Deal with the uncertainty of the data and parameters used through sensitivity analysis techniques.

In the present work, a model was developed for the application of linear programming using the “SIMPLEX” method with the help of the SOLVER tool available in excel software, subsequently the results obtained in excel were compared with the LINGO software.

Applying linear programming with the “SIMPLEX” method, an optimal procedure was found for increasing production in the two mineralized zones and activating other mines in each zone.

From 80% to 100%, other mines were activated and for them to work, we need to take into account the costs of renting equipment (trucks and excavators) and the costs of activating the mines.

ÍNDICE

1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 - JUSTIFICATIVA	3
1.2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	3
1.3 - OBJECTO DE ESTUDO	3
1.4- OBJECTIVO DO ESTUDO	4
1.4.1 - OBJECTIVO GERAL	4
1.4.2-OBJECTIVO ESPECÍFICO	4
1.5 - FORMULAÇÃO DE HIPÓTESE	4
1.6 - METODOLOGIA	5
1.7- SOFTWARE USADO PARA REALIZAÇÃO DO TRABALHO	6
1.8 - ESTRUTURA DO TRABALHO.....	7
CAPITULO II - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	8
2- DIFINIÇÃO E CONCEITOS	8
2.1- PESQUISA OPERACIONAL.....	9
2.1.2-FASES DE ESTUDO DA PESQUISA OPERACIONAL.....	10
2.2- MODELAGEM	12
2.3- CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA PROGRAMAÇÃO LINEAR	13
2.4- FUNDAMENTOS TEÓRICOS DO MÉTODO SIMPLEX	18
2.4.1- HIPÓTESES PARA APLICAÇÃO DO METÓDO SIMPLEX	18
2.4.2- TEOREMAS PARA APLICAÇÃO DO METÓDO SIMPLEX.....	19
2.4.3- CONDIÇÕES DE RESOLUÇÃO PARA APLICAÇÃO DO METÓDO SIMPLEX	19
2.5- PRODUÇÃO EM UM DEPÓSITO DIAMANTÍFERO SECUNDÁRIO	20
2.5.1- EQUIPAMENTOS DE TRANSPORTES	22
2.5.2-EQUIPAMENTO DE CARREGAMENTO	23
2.5.3-TEMPO DE CICLOS DOS CAMIÕES.....	25
2.5.4-CICLO DE CARREGAMENTO E DESCARREGAMENTO DA MINA	25
2.6- CUSTOS OPERACIONAIS	26
CAPITULO III – APRESENTAÇÃO DO CASO DE ESTUDO	27
3- ESQUEMA DE LOCALIZAÇÃO DAS ZONAS MINERALIZADAS.....	27
3.1-APRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PLANO DE PRODUÇÃO DAS ZONAS MINERALIZADAS.....	28
CAPÍTULO IV – MODELO MATEMÁTICO	29
4- DESENVOLVIMENTO DO MODELO MATEMÁTICO	29
4.1-FUNÇÃO OBJETIVO.....	30

4.2.2- RESTRIÇÕES DO MODELO DA PL	31
4.1.2-MODELO FINAL.....	36
CAPITULO V- APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMPLEX	37
5- APLICAÇÃO DA FERRAMENTA SOLVER	39
5.1-INSERÇÃO DOS DADOS PARA APLICAÇÃO DO SOLVER.....	39
5.2-APLICAÇÃO DO SOLVER	40
CAPÍTULO VI-APLICAÇÃO SEQUÊNCIAL DA PL COM AUMENTO GRADUAL DA TAXA DE UTILIZAÇÃO LAVARIAS PTs.....	43
6- LANÇAMENTO DO SIMPLEX COM TU IGUAL A 50%.....	44
6.1- LANÇAMENTO DO SIMPLEX COM TU A 100%.....	45
6.2-APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DO SIMPLEX PARA TODOS OS VALORES DE TU ENTRE 40% E 100%.....	47
CAPITULO VII– ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	48
7- SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 40% (SITUAÇÃO ACTUAL DA MINA).....	49
7.1 -SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 50%	50
7.2 -SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA Tu IGUAL A 60%	51
7.3- SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 70%	52
7.4- SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 80%	53
7.5- SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 90%	54
7.6-SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 100%	55
7.7- SÍNTESE DOS CUSTOS E SUA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA	56
7.8- ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	58
7.9-VARIAÇÃO DOS TEORES E CUSTOS TEORES E CUSTOS	58
CONCLUSÃO.....	61
RECOMENDAÇÕES.....	62
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	63

1 – INTRODUÇÃO

A cada dia que passa a tendência mundial das organizações empresariais é de minimizar os custos, através da otimização dos processos existentes para se obter o máximo de lucro utilizando o mínimo de recursos, nas empresas mineiras não é diferente. Durante o processo geral de produção, comercialização dos minérios, as minas devem cumprir com os prazos de entrega estabelecidos, para que não venha trazer insatisfação nos clientes e com isso perda de mercado.

Segundo Carvalho (2014), afirma que a investigação operacional surgiu da necessidade de otimizar, os suprimentos e pessoas durante a segunda guerra mundial e, depois, expandiu a sua atuação para diversas áreas, desde, marketing, (determinação de políticas de preços, de afetação da força de vendas e de distribuição), como nas finanças (escolha de programas de investimento), na logística (gestão dos transportes), ou nos recursos humanos (afetação de pessoal), a IO é um auxiliar precioso para a determinação eficaz de soluções, que melhor satisfaçam os objetivos definidos inicialmente nas empresas e indústrias. Carvalho continua dizendo que a investigação operacional tem sido uma ferramenta para desenvolvimento de métodos científicos, tais como, a programação lineal e não linear para auxiliar na resolução de problemas e nas tomadas de decisão. A programação linear é um dos recursos matemáticos usados para maximizar ou minimizar os custos de produção e de transporte de uma determinada empresa com problemas por resolver.

Para o presente trabalho foi utilizado o método simplex por ser o mais difundido e usado pela sua simplicidade de aplicação. Este método é utilizado para resolução de problemas de programação linear de em uma empresa ou indústrias interessada em para minimizar ou maximizar a produção. O método foi usado para minimizar os custos de produção durante aumento gradual do nível de produção das lavarias de pré-tratamentos das zonas mineralizadas. O trabalho encontra-se dividido em 7 capítulos seguintes:

No primeiro capítulo; são abordadas as razões que levaram a desenvolver este tema, a justificativa, o problema, o objecto de estudo, a formulação da hipótese, os objectivos e a metodologia usada para atingir os objectivos traçados. **No segundo capítulo** é feita a revisão bibliográfica, na qual são definidos alguns conceitos chaves do trabalho e os principais conceitos teóricos sobre a : Pesquisa Operacional, Fases de estudo da Pesquisa Operacional, os Conceitos Fundamentais da Programação Lineal e também citações de alguns autores sobre a

modelagem. **No terceiro capítulo** é apresentado o caso de estudo. **No quarto capítulo** é desenvolvido o modelo matemático que foi utilizado para aplicação do método SIMPLEX . **No quinto capítulo;** foi aplicado o método SIMPLEX com ajuda da ferramenta solver. **No sexto capítulo** e foi feita aplicação do método sequencialmente de 40% até 100% da taxa de utilização do pré-tratamento. **No sétimo capítulo;** foi feita discussões e as análises dos resultados encontrado, desde os custos de transportes e os custos da solução óptima, custos de aluguer e custos de activação das minas, durante ao aumento gradual do pré-tratamento e por final fizemos análise de sensibilidade.

1.1 - JUSTIFICATIVA

Por várias razões não existe uma correspondência aceitável entre o investimento feito em lavarias de pré-tratamento (PT) e o nível de aproveitamento da capacidade da produção. Eventualmente poderia trata-se de uma situação de investimentos desproporcional ao potencial geológico mineiro da região, em relação aos números de lavarias PTs ou uma situação de subinvestimento em equipamentos de escavação.

1.2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Sendo que a região em causa vive uma situação de subaproveitamento da capacidade das lavarias o problema fica definido como aumentar a produção das minas existentes na região de uma forma racionalmente aceitável e viável de ponto de vista económico.

1.3 - OBJECTO DE ESTUDO

É uma região formada por duas zonas mineralizada, Zona-1 e Zona-2 existindo na Zona-1 três minas e uma lavaria de PT e na Zona-2 quatro minas e uma lavaria de PT. O objecto de estudo tem um sistema de produção em termos de minas activas e não activas e de equipamentos de transporte e escavação atribuídas em cada uma das minas.

1.4- OBJECTIVO DO ESTUDO

1.4.1 - OBJECTIVO GERAL

Encontrar um procedimento óptimo de aumento da produção das duas zonas mineralizadas que eleve a produção total das minas a níveis mais elevado de utilização da capacidade de produção das lavarias PTs.

1.4.2-OBJECTIVO ESPECÍFICO

- ❖ Identificar as fases principais e formular um modelo matemático associada a um problema real.
- ❖ Utilizar o modelo formulado de forma sistemática para propor uma solução óptima de maior níveis de utilização das lavarias.
- ❖ Estender o impacto da solução óptima encontrada as variáveis económica do problema
- ❖ Tratar a incerteza os dados e parâmetros utilizados através das técnicas de análise sensibilidade.

1.5 - FORMULAÇÃO DE HIPÓTESE

Admitindo uma condição inicial que atribui uma distribuição de equipamentos para cada umas das minas das zonas mineralizadas, a hipótese que formulamos é de mostrar a validade da aplicação sistemática da programação lineal na busca de uma solução técnica e económica que optimize o aumento da produção das minas para o níveis mais elevado de utilização da capacidade das lavarias.

A condição inicial de distribuição de equipamentos é de um camião e uma escavadora para cada mina nas duas zonas.

1.6 - METODOLOGIA

A realização deste trabalho de fim do curso, começou com a recolha de dados, isto é, o contacto com a empresa que forneceu-nos os dados que facilitou-nos na construção do modelo matemático e em seguida foi aplicado a programação linear utilizando o método SIMPLEX, que posteriormente os resultados da aplicação do método com o auxílio da ferramenta SOLVER foram confrontado com o software Lingo.

Foram feita sequencialmente aplicação do SOLVER até que foi atingido o valor óptimo. Depois foram apresentada os custos de activação das minas, e para a robustez da solução foi mostrada através da análise de sensibilidade, devido a incerteza introduzida pelos parametros utilizados.

Para melhor compreensão trouxemos um workflow do trabalho, como mostra a figura-01

A figura 01 mostra resumidamente as principais etapas metodológicas executadas ao longo deste trabalho de fim de curso que visaram o alcance dos objetivos traçados e está dividido em análise teórica e prática.

Figura 01: Esquema das etapas metodológicas



Primeiramente foi feita análise teórica, onde envolveu pesquisas bibliográficas e publicações de trabalhos de fins de curso na área de Engenharia de minas e para consolidar as ideias das pesquisas feitas falamos com técnicos que trabalharam e que trabalham na área de forma a ter uma ideia geral de tudo que está envolvido para elaboração desta monografia.

Em seguida foi feita a análise prática, onde foi desenvolvido o modelo matemático e depois de ser bem tratados os dados foram preparados na forma de programação linear e pronto aplicar o método SIMPLEX com ajuda da ferramenta SOLVER e para isso foi inserido os dados.

Depois de ter feito a aplicação do método SIMPLEX com ajuda da ferramenta SOLVER, foi apresentada o valor ótimo de forma sequencial até ativação de novas minas. Para ativações destas minas foi necessário fazer

os cálculos de custos de aluguer dos caminhões e em seguida foi feita os cálculos para as ativações de outras minas e por fim apresentação do valor ótimo.

1.7- SOFTWARE USADO PARA REALIZAÇÃO DO TRABALHO

Para realização desta monografia fora utilizadas seis ferramentas, que são:

Word 2013, Excel 2013, Software Lingo, Google Maps, Power Point e Photoshop.

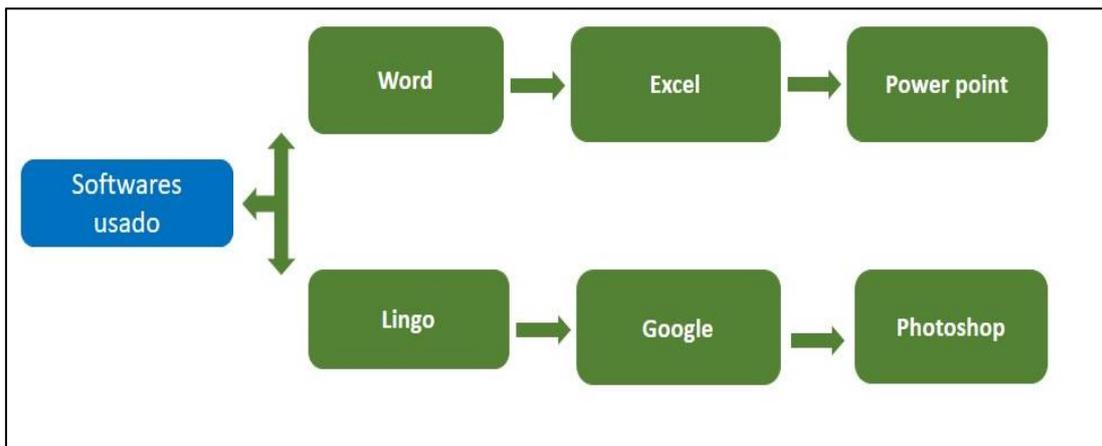
A ferramenta word 2013 foi utilizada para digitação dos conteúdos pesquisados, desenvolvido e figuras.

A ferramenta Excel foi utilizada para construções de tabelas, gráficos e aplicação do método simplex utilizando a ferramenta solver.

As ferramentas Power Point e Photoshop foram utilizadas para formatação de imagens e tabelas.

O Software Lingo foi utilizado para verificação dos resultados encontrados na aplicação da ferramenta Solver, ou seja o Lingo foi utilizada para comparação de resultados na medida em que aplicávamos o solver.

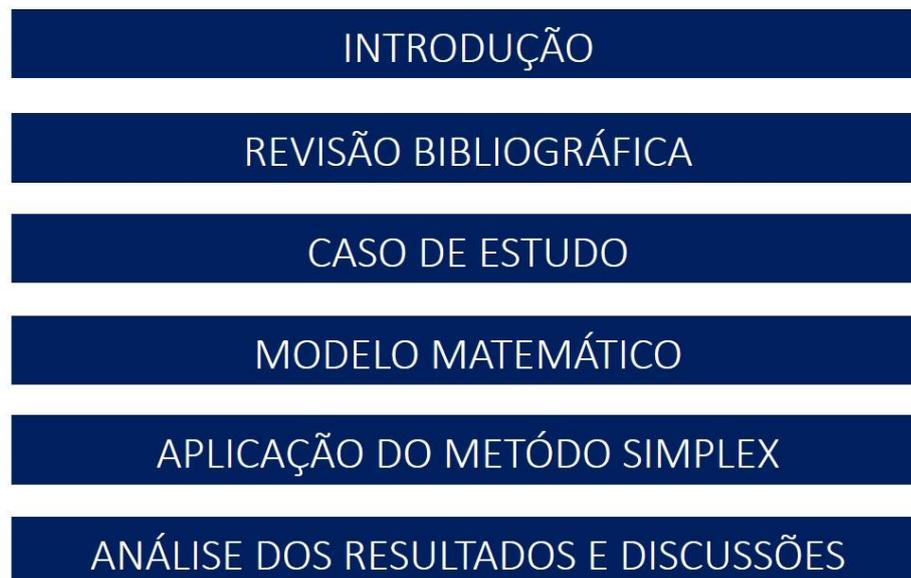
Figura 02- Ferramentas utilizadas para a realização do trabalho



1.8 - ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está estruturada da seguinte forma, como mostra a figura abaixo.

Figura 03- Estrutura do trabalho



CAPITULO II - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2- DIFINIÇÃO E CONCEITOS

Para melhor compreensão do tema em estudo, vamos definir alguns conceitos chaves do trabalho:

Mina: é a área devidamente demarcada para o exercício do direito mineiro de exploração, incluindo o jazigo mineral objecto da concessão, todos os meios técnicos e infra-estruturas necessárias para a realização das operações mineiras.

Para capacidade de produção são várias as definições. Mas todas elas apresentam naturalmente, pontos em comum. O destaque a seguir apresenta algumas destas definições adotadas por alguns autores de destaque:

Moreira (1998) chama de capacidade de produção a quantidade máxima de produtos e serviços que podem ser produzidos em uma unidade produtiva, num dado intervalo de tempo.

Ritzman e Krajewski (2004) se reportam à definição do Census Bureau: “capacidade de produção é o maior nível de produção que uma empresa pode manter razoavelmente empregando horários de trabalho realistas dos funcionários e o equipamento atualmente instalado”.

Investigação Operacional: é a aplicação de métodos, técnicas e instrumentos científicos á resolução de problemas que envolvem as operações de um sistema, de modo a dotar aqueles que controlam, de soluções óptimas para esses mesmos problemas.

Programação Linear: consiste no tratamento de problemas de maximização ou Minimização de uma função linear satisfazendo um certo número de restrições que podem ser traduzidas por condições lineares.

Custos operacionais: essas são as despesas normalmente ligadas ao funcionamento da exploração. São geralmente classificados em três categorias:

Custos fixos: são custos que não variam com nível da produção e só podem ser eliminados se a empresa deixar de operar.

Custos variáveis: são custos que variam quando o nível da produção varia.

Teor: é compreendido como o limite de elementos químicos úteis de um minério abaixo do qual a exploração mineral torna-se anti-ecônômica, ou relação entre a quantidade de mineral-minério e o minério.

Taxa de Utilização da lavaria: é a razão entre a produção conseguida sobre a capacidade nominal da lavaria

2.1- PESQUISA OPERACIONAL

Carvalho (2014) explica que durante a Segunda Guerra Mundial, um grupo de cientistas foi convocado na Inglaterra para estudar problemas de estratégia e de tática associados com a defesa do país. O objetivo era decidir sobre a utilização mais eficaz de recursos militares limitados. A convocação deste grupo marcou a primeira atividade formal de pesquisa operacional.

Segundo Lisboa, Erico (s.d) diz que os resultados positivos conseguidos pela equipe de pesquisa operacional inglesa motivaram os Estados Unidos a iniciarem atividades semelhantes. Apesar de ser creditada à Inglaterra a origem da Pesquisa Operacional, sua propagação deve-se principalmente à equipe de cientistas liderada por George B. Dantzig, dos Estados Unidos, convocada durante a Segunda Guerra Mundial. Ao resultado deste esforço de pesquisa, concluído em 1947, deu-se o nome de **Método Simplex**. Com o fim da guerra, a utilização de técnicas de pesquisa operacional atraiu o interesse de diversas outras áreas. A natureza dos problemas encontrados é bastante abrangente e complexa, exigindo portanto uma abordagem que permita reconhecer os múltiplos aspectos envolvidos. Uma característica importante da pesquisa operacional é que facilita o processo de análise e de decisão é a utilização de modelos. Eles permitem a experimentação da solução proposta. Isto significa que uma decisão podem ser mais bem avaliada e testada antes de ser efetivamente implementada. A economia obtida e a experiência adquirida pela experimentação justificam a utilização da Pesquisa Operacional.

Carvalho (2014) que com o aumento da velocidade de processamento e quantidade de memória dos computadores atuais, houve um grande progresso na Pesquisa Operacional. Este progresso é devido também à larga utilização de microcomputadores, que se tornaram unidades isoladas dentro de empresas. Isso faz com que os modelos desenvolvidos pelos profissionais de Pesquisa Operacional sejam mais rápidos e versáteis, além de serem também interativos, possibilitando a participação do usuário ao longo do processo de cálculo. A consolidação da pesquisa

operacional aconteceu entre as décadas de 1950 e 1960 em decorrência da sua forte utilização tanto nos setores público quanto no privado. A maioria das aplicações concentrava-se nos setores da mineração, construção civil e militar, problemas de transporte, serviços bancários, ramo têxtil, serviço policial dentre outros.

2.1.2-FASES DE ESTUDO DA PESQUISA OPERACIONAL

Na visão geral da abordagem de modelagem da pesquisa operacional (PO), Hillier e Lieberman (2006), referem que uma forma de sintetizar as fases usuais de um estudo de pesquisa operacional é a seguinte:

- Definir o problema de interesse e coletar dados.
 - Formular um modelo matemático para representar o problema.
 - Desenvolver um procedimento computacional a fim de derivar soluções para o problema a partir do modelo.
 - Testar o modelo e aprimorá-lo conforme necessário.
 - Preparar o modelo para a aplicação contínua conforme prescrito pela gerência.
- Implementar.

Para Santos (2008) a resolução de um problema, pelo método da Pesquisa Operacional, segue as seguintes fases:

- ❖ **Definição do problema**
- ❖ **Construção do modelo matemático**
- ❖ **Solução do modelo**
- ❖ **Validação do modelo**
- ❖ **Implementação da solução**

Andrade (2000) refere que para a construção de modelo de simulação algum procedimento deve ser seguido tal como: **definição do problema, identificação das variáveis relevantes, formalização das equações do modelo, codificação do modelo, teste e aplicação do modelo.**

Para Pinto (2002) explica que um estudo de pesquisa operacional consiste nas seguintes etapas:

- ✓ 1 - Definição detalhada do problema a ser resolvido;
- ✓ 2 - Construção do modelo representativo do sistema;
- ✓ 3 - Solução do modelo;
- ✓ 4 - Verificação e validação do modelo;
- ✓ 5 - Implementação dos resultados obtidos.

Segundo Lisboa um estudo de pesquisa operacional geralmente envolve as seguintes fases:

- Definição do problema
- Construção do modelo
- Solução do modelo
- Validação do modelo
- Implementação da solução.

Apesar da sequência acima não ser rígida, ela indica as principais etapas a serem vencidas. A seguir, é apresentado na figura umas as fases de programação linear que foi aplicado ao nosso problema.

Figura 4- Esquema organizacional para resolução de um problema de PO



2.2- MODELAGEM

Para Wainer (2009), um modelo é uma representação compreendida (abstrata e consistente) de um dado sistema que se usa para percebê-lo. Modelos podem ser concebidos de várias formas e eles tem diferentes significados de acordo com o indivíduo que o faz. Para arquitetos um modelo pode ser uma planta, para bioquímicos pode ser uma molécula tridimensional, etc.

Um sistema devidamente dimensionado é aquele que está balanceado; a este tipo de estudo chama-se modelagem de sistemas. Para dimensionar adequadamente um sistema deve-se dedicar especial atenção aos gargalos, ou seja, pontos onde ocorrem filas” segundo Prado (1999).

Na visão de Prado (1999), chamou a técnica de simulação é a mais utilizada dentre as várias disponíveis para a modelagem de sistemas que podem apresentar gargalos. A teoria das filas é um método analítico que aborda o assunto através de fórmulas matemáticas, enquanto a simulação é uma técnica que usando o computador digital, procura montar um modelo que melhor representa o sistema em estudo. Este modelo é colocado para “rodar” e o seu comportamento é analisado.

O mesmo autor, cita que para efetuar um dimensionamento de um sistema, sempre estaremos tratando de variáveis tais como: o tempo de espera do cliente na fila, a quantidade de atendentes, etc. e, em simulação estas variáveis são randômicas e portanto, descritas por uma distribuição de probabilidade.

Wainer (2009), continuou citando de forma geral alguns dos seguintes tipos de modelos:

- ✓ Modelos de exploração são modelos que são utilizados para perceber melhor a operação do sistema;
- ✓ Modelos de previsão são modelos que são usados para prever o comportamento futuro do sistema;
- ✓ Modelos de otimização são modelos usados para otimizar a performance de um sistema através de análises de diferentes alternativas;

- ✓ Modelos conceituais, são modelos que são aplicados quando o sistema ainda não existe e o modelo é usado para testar diferentes opções prioritárias para construção;
- ✓ Modelos de projetos de Engenharia são modelos usados para projetar aparelhos em aplicações de engenharia;
- ✓ Modelos de protótipos rápidos, são modelos que permitem a obtenção rápida de um modelo de trabalho que pode ser usado para testar ideias e obter resultados iniciais das partes interessadas;
- ✓ Modelos de planejamento, são modelos que servem para idealizar sobre o futuro em diferentes campos de aplicação;
- ✓ ; Modelos de aquisição, são modelos que envolvem a escolha de um equipamento adequado (por exemplo helicópteros, aviões, submarinos, etc.) cuja aquisição é extremamente cara, permitindo que o cliente explore diferentes alternativas sem a necessidade de construir o equipamento antes de tomar a decisão

2.3- CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA PROGRAMAÇÃO LINEAR

Segundo Rafael (2014), uma tarefa básica de gestão é tomar decisões. Pode dizer-se que a Investigação Operacional é uma abordagem científica na tomada de decisões que normalmente envolve o uso de modelos matemáticos. A Investigação Operacional surgiu para resolver com eficiência problemas de administração em organizações que trabalham com a afetação ótima de recursos escassos.

Os modelos de Programação Matemática fazem parte de um vasto conjunto de modelos de otimização e têm como finalidade maximizar ou minimizar uma determinada função objetivo sujeita a um conjunto de restrições. Nos modelos de Programação Matemática estão incluídos os modelos de Programação Linear e Programação não Linear. Estes modelos são determinísticos não dando lugar a estimativas ou previsões. Por sua vez, os modelos de Programação Linear incluem modelos de Programação Linear Inteira, Programação Linear não Inteira e Programação Linear Mista.

Rafael (2014) continua dizendo que tal como outros ramos científicos atuais, a Programação Linear poderá ter a sua origem na Antiguidade Clássica, ou até mesmo na Antiguidade Oriental, uma vez que a procura do ótimo foi um tema que sempre interessou o Homem. Durante mais de 2000 anos, foram estudados vários processos para resolver equações lineares; no entanto, só a partir da Segunda Grande Guerra, em meados do século XX, é que os sistemas de inequações lineares começaram a ser analisados.

O trabalho em Programação Linear deve o seu início, principalmente, a questões militares e económicas. Um dos matemáticos que mais se aplicou na resolução de problemas de natureza económica foi o russo Leonid V. Kantorovich (1912-1986). Em 1939 escreveu um livro intitulado *Métodos Matemáticos de Organização e Planeamento da Produção*, onde expõe, de forma rigorosa, um problema de Programação Linear; porém, este trabalho não teve, nessa altura, o devido reconhecimento. Durante a Segunda Grande Guerra, surgiram problemas logísticos relacionados com deslocamento, alojamento e manutenção de grandes exércitos, que levaram ao estudo da Programação Linear.

Na Força Aérea Americana, foi formado um grupo de trabalho SCOOP (*Scientific Computation of Optimum Programs*) do qual George Dantzig (1914-2005) fazia parte. Foi Dantzig que, em 1947, desenvolveu um processo de resolução de problemas de Programação Linear, que se designa por *método simplex*.

Embora seja possível resolver manualmente problemas simples de Programação Linear, não são os mais interessantes do ponto de vista das aplicações, mas sim os que envolvem um número muito elevado de variáveis e equações. Estes necessitam de alguma forma de tratamento computacional. A partir de 1947 foram desenvolvidas diversas técnicas computacionais com o intuito de serem usadas na resolução de problemas de Programação Linear, envolvendo centenas de variáveis e equações. Atualmente há problemas com muito mais variáveis.

Segundo Gladys Castillo Jordán (s.d), para resolução de problemas de PL, devemos ter em conta alguns aspectos como:

1. A função a maximizar (minimizar), $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Nx_N$, designa-se por função objetivo (FO).
2. As equações (inequações) designam-se por *restrições*.
3. As desigualdades $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_j \geq 0, \dots, x_N \geq 0$ designam-se por *condições de não negatividade*.
4. As variáveis $(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_N)$ designam-se por *variáveis de decisão*.

. As constantes a_{ij}, b_i, c_j designam-se, respetivamente, por *coeficientes tecnológicos, termos independentes e coeficientes da função objetivo*.
6. Qualquer especificação de valores para as variáveis de decisão $(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_N)$ que satisfaça as restrições do modelo e as condições de não negatividade designa-se por *solução admissível*.
7. O conjunto de todas as soluções admissíveis designa-se por *conjunto de soluções admissíveis* ou *região de admissibilidade*.
8. Uma *solução ótima* maximiza (minimiza) a função objetivo sobre toda a região admissível.

Segundo Lisboa (s.d), o problema geral de programação linear é utilizado para otimizar (maximizar ou minimizar) uma função linear de variáveis, chamada de "função objetivo", sujeita a uma série de equações ou inequações lineares, chamadas restrições. A formulação do problema a ser resolvido por programação linear segue alguns passos básicos.

Deve ser definido o objetivo básico do problema, ou seja, a otimização a ser alcançada. Por exemplo, maximização de lucros, ou de desempenhos, ou de bem-estar social; minimização de custos, de perdas, de tempo. Tal objetivo será representado por uma função objetivo, a ser maximizada ou minimizada.

Lisboa (s.d), continua dizendo que esta função objetivo seja matematicamente especificada, devem ser definidas as variáveis de decisão envolvidas. Por exemplo, número de máquinas, a área a ser explorada, as classes de investimento à disposição etc. Normalmente, assume-se que todas estas variáveis possam assumir somente valores positivos.

Estas variáveis normalmente estão sujeitas a uma série de restrições, normalmente representadas por inequações. Por exemplo, quantidade de equipamento disponível, tamanho da área a ser explorada, capacidade de um reservatório, exigências nutricionais para determinada dieta etc.

Todas essas expressões, entretanto, devem estar de acordo com a hipótese principal da programação linear, ou seja, todas as relações entre as variáveis deve ser lineares. Isto implica proporcionalidade das quantidades envolvidas. Esta característica de linearidade pode ser interessante no tocante à simplificação da estrutura matemática envolvida, mas prejudicial na representação de fenômenos não lineares (por exemplo, funções de custo tipicamente quadráticas).

Gladys Castillo Jordán (s.d), diz que o modelo de PL pode ser também apresentado nas seguintes formas típicas:

Forma padrão (standard): Quando as restrições de um modelo de Programação Linear são apresentadas na forma de equações diz-se que esse modelo está na **forma padrão** (ou “standard”).

$$\text{Maximizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Nx_N$$

Restrição

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N = b_2$$

$$a_{M1}x_1 + a_{M2}x_2 + \dots + a_{MN}x_N = b_M$$

Onde:

$$x_1, x_2, \dots, x_M, \dots, x_N \geq 0$$

Forma canónica: Quando as restrições de um modelo de Programação Linear são apresentadas na forma de inequações, diz-se que esse modelo está na **forma canónica**.

$$\text{Maximizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Nx_N$$

Restrição

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N \leq b_2$$

$$a_{M1}x_1 + a_{M2}x_2 + \dots + a_{MN}x_N \leq b_M$$

Onde:

$$x_1, x_2, \dots, x_M, \dots, x_N \geq 0$$

Ou

$$\text{Maximizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Nx_N$$

Restrição

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N \geq b_2$$

$$a_{M1}x_1 + a_{M2}x_2 + \dots + a_{MN}x_N \geq b_M$$

Onde:

$$x_1, x_2, \dots, x_M, \dots, x_N \geq 0$$

As duas formas apresentadas (*padrão* e *canónica*) são equivalentes. Com efeito, mediante as operações a seguir indicadas, é sempre possível dar a qualquer problema uma destas formas, sem que o conjunto de soluções se altere.

1) Qualquer problema de maximização pode converter-se num problema de minimização, pois:

$$\text{máximo } Z = - \text{mínimo } (-Z)$$

2) Qualquer restrição de desigualdade do tipo (\leq) pode ser convertida numa restrição do tipo (\geq) multiplicando por (-1) ambos os seus membros:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{iN}x_N + x_{N+1} = b_i, x_{N+1} \geq 0$$

3) Qualquer restrição de igualdade pode ser convertida em duas restrições de desigualdades (\leq) equivalentes àquela:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{iN}x_N = b_i \begin{cases} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{iN}x_N \leq b_i \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{iN}x_N \geq b_i \end{cases}$$

4) Qualquer *restrição de desigualdade* pode ser convertida numa *restrição de igualdade*, através da introdução duma *nova variável (variável de desvio ou folga) x_{N+1}* , de valor não negativo:

$$\begin{aligned} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{iN}x_N &\leq b_i \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{iN}x_N &\leq b_i \end{aligned}$$

acrescentando-se a variável de folga x_{N+1} , obtém-se:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{iN}x_N + x_{N+1} = b_i, x_{N+1} \geq 0$$

2.4- FUNDAMENTOS TEÓRICOS DO MÉTODO SIMPLEX

O método simplex é a técnica mais utilizada e difundida para resolução de problemas envolvendo Programação Linear. Inicialmente, nesse método, serão utilizados problemas modelados na forma padrão descrita anteriormente. A ideia do simplex é fazer uma análise da região factível movendo-se de vértice em vértice até encontrar a solução ótima. O critério de parada consiste na falta de novos candidatos para entrarem na base que forma a solução, Willian, Araxá (2014).

2.4.1- HIPÓTESES PARA APLICAÇÃO DO METÓDO SIMPLEX

Gladys Castillo Jordán (s.d), em uma das sua obras analisou as hipóteses para aplicação do método Simplex, concluiu que:

- É um sistema consistente, possível, não havendo incompatibilidade entre as restrições.

- As restrições são linearmente independentes, não havendo equações redundantes, não havendo repetição da informação.
- O número de restrições é menor que o número de variáveis. O sistema é indeterminado.
- Se alguma destas hipóteses não se verificar, então não há problema

2.4.2- TEOREMAS PARA APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMPLEX

O conjunto de soluções admissíveis num problema de PL é um conjunto convexo com um número finito de pontos extremos.

Uma função linear, cujo domínio é um conjunto convexo, assume o seu valor ótimo em pelo menos um ponto extremo. A uma solução básica admissível de um modelo de PL corresponde um ponto extremo do conjunto convexo das soluções admissíveis.

2.4.3- CONDIÇÕES DE RESOLUÇÃO PARA APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMPLEX

Para resolução do método Simplex é necessário o cumprimento de algumas condições, tais como:

- A restrição de não negatividade é obrigatória.
- Não é possível aplicar o método a um problema na forma geral, terá que se passar para a forma padrão ou aumentada. Transforma-se o sistema de inequações e/ou equações, associadas às restrições, exclusivamente num sistema de equações.
- Recorre-se, para isso, às chamadas variáveis auxiliares, de desvio ou de folga (s_i), assim como a variáveis artificiais (a_i). Estes novos tipos de variáveis permitem obter uma matriz identidade no quadro Simplex, constituindo-se como a base inicial.
- Caso a inequação seja \leq acrescenta-se uma variável auxiliar s_i com sinal positivo.
- Caso a inequação seja \geq acrescenta-se uma variável auxiliar s_i com sinal negativo e uma variável artificial a_i com sinal positivo; isto porque o coeficiente negativo da variável auxiliar não permite ter um vetor da matriz identidade.

- Caso seja uma equação, acrescenta-se uma variável artificial com sinal positivo, de modo a ter aqui um vetor da matriz identidade.

2.5- PRODUÇÃO EM UM DEPÓSITO DIAMANTÍFERO SECUNDÁRIO

A lavra em mineração entende-se por operações coordenadas para o bom aproveitamento das jazidas desde a extração do minério até o beneficiamento. As características da mina determinam o método de lavra a ser escolhido, principalmente tendo por base sua viabilidade econômica. As principais etapas do processo de lavra são:

Perfuração: A rocha que contém o minério é perfurada com diâmetro, distância e comprimento entre os furos rigorosamente calculados, além disso, um maior diâmetro do furo melhora produtividade, pois diminui a quantidade de furos e proporciona menor deslocamento de máquinas.

Desmonte: Os furos feitos nas rochas são preenchidos com explosivos para detonação e fragmentação a rocha. Muitas empresas ainda utilizam poucos explosivos para o desmonte devido ao seu alto custo, porém, o efeito benéfico causado por um desmonte feito adequadamente aumenta a taxa de carregamento, escavação o que evita retrabalhos.

Escavação e carregamento: O minério fragmentado é retirado por escavadeiras, retroescavadeiras, carregadeiras ou moto scraps. Para alcançar o maior rendimento do carregamento dos caminhões deve-se utilizar as escavadeiras em ambos os lados, o que é ainda pouco utilizado no Brasil.

Transporte: O processo de transporte é responsável por levar o material da frente da lavra até as pilhas intermediárias, pilhas de estéril ou da britagem. Ressalta-se que o transporte concentra o maior custo operacional da mina. Existe a discussão de qual método seria mais produtivo, utilizar uma maior quantidade de caminhões ou aumentar a capacidade dos mesmos.

Para Andrade (2002) as operações da mina sendo bem executadas aumentam a produção utilizando a mesma quantidade de recursos. O conhecimento avançado dos métodos de extração e das características da mina possibilita um maior aproveitamento do minério e dos equipamentos resultando em menores gastos na produção e na manutenção dos materiais. A

mina possui uma larga área operacional, sendo dividida basicamente em quatro áreas, mostradas a seguir:

Áreas de lavra: São as próprias frentes de lavra. São os locais onde serão retirados o minério ou o estéril. Nessas áreas estão alocados os equipamentos de carga (escavadeiras, carregadeiras), e existe uma grande circulação de caminhões para carregamento do material.

Áreas de descarga do material: São as áreas de descarga definitiva do material. São representadas pelos britadores primários e pilhas de estéril.

Áreas de estoque: São pilhas intermediárias que são formadas e depois retomadas. Essas pilhas são apenas pilhas de estoque e não são utilizadas para homogeneizar o minério, uma vez que as pilhas de homogeneização não fazem mais parte dessa classificação.

Áreas de acesso: Essas áreas são caracterizadas pelo transporte de material de forma eventual e não sistemática. São estradas, acessos para transporte de material.

Equipamentos

No processo de exploração mineral, vários tipos de máquinas são utilizados para exercer atividades que vão desde extração até o transporte do minério. O estudo prévio da necessidade da mina é necessário para se dimensionar corretamente a quantidade de equipamentos e as especificações técnicas dos mesmos. A necessidade da mina é baseada em vários fatores, segundo Pinto (1999), os principais são: escala de produção, capacidade financeira do grupo minerador e características da mina após se testarem as diversas alternativas disponíveis. Esses equipamentos são divididos em:

Equipamentos de perfuração: São os equipamentos responsáveis pela perfuração da rocha, sendo compostos pelas perfuratrizes.

Equipamentos de carregamentos: Esses equipamentos retiram o material do ponto de carga e carregam os caminhões. Normalmente esse carregamento é feito lateralmente para facilitar a operação de carregamento. Os equipamentos geralmente utilizados são as escavadeiras e as pás-carregadeiras.

Equipamentos de transporte: São os equipamentos responsáveis por transportar o minério ou estéril do ponto de carga até o ponto de descarga. São representados pelos caminhões, que possuem diferenças quanto à capacidade de carga.

Equipamentos de apoio: São os veículos que possibilitam o bom funcionamento dos outros equipamentos e auxiliam nas atividades diárias da mina. Os principais equipamentos de apoio são os caminhões pipa, motoniveladoras e caminhões comboio.

2.5.1- EQUIPAMENTOS DE TRANSPORTES

Na exploração a céu aberto, normalmente são usados dois sistemas de transporte que é: por correias e por caminhões.

Figura 05-transporte por correias transportadoras



Fonte: José Amorim (2014) – Tecnologia De Movimentação De Terras

A tabela abaixo mostra as especificações do equipamento de transporte, esse sistema de transporte de material na mineração por camiões é o mais utilizado em todo o mundo.

Tabela 01-Especificação do equipamento de transporte

Marca	Komatsu
Modelo	KHM400
VC	15km/h
VV	20km/h
Td	50''
Tm	20''
Tida	6'25''
Tv	5'25''
Tf	3
Rh	83%
Capacidade efetiva	12 m ³

Fonte: Joaquim Solias (2020)

Figura 06-Equipamento de transporte



Fonte: José Amorim (2014) – Tecnologia De Movimentação De Terras

2.5.2-EQUIPAMENTO DE CARREGAMENTO

São equipamentos que possuem a característica de executar a escavação com a máquina estacionada, isto é, sem se deslocarem na fase do carregamento de sua concha ou caçamba. Escavam em terrenos brandos e em alguns casos duros, descarregam ao lado o material e pode proceder a descarga em unidades de transporte para o nosso problema usamos escavadeiras, admindo que cada escavadeira atende um caminhão, em seguida temos a tabela de especificações do equipamento de carregamento.

Tabela 02- Especificação do equipamento de carga

Marca	Komatsu
Modelo	PC850 SE
Tc	3,7''

Fonte: Joaquim Solias (2020)

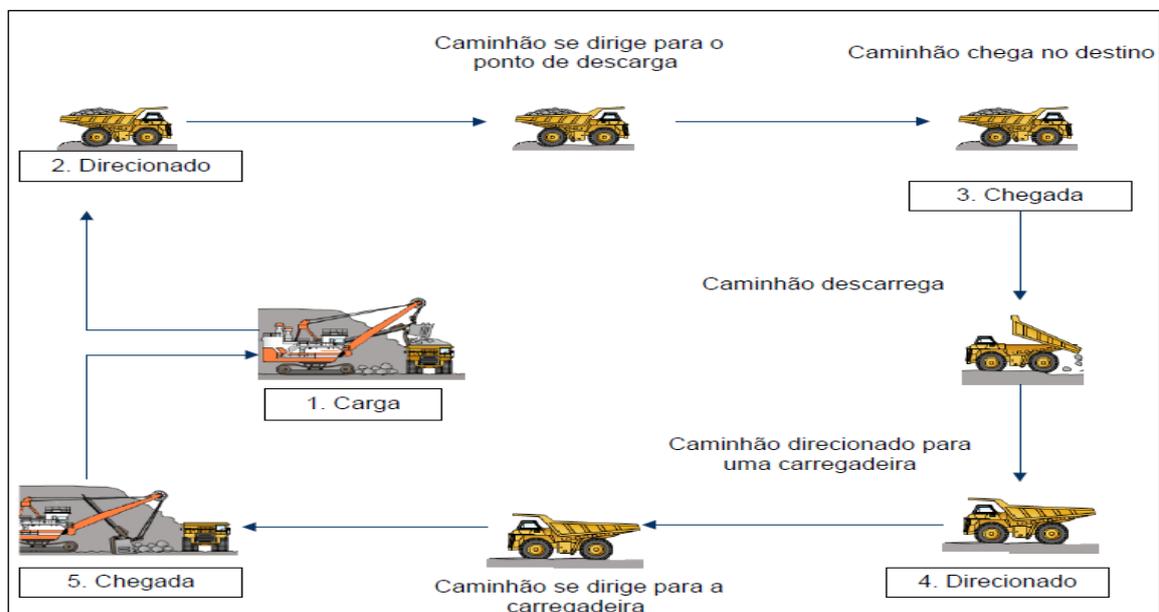
Figura 07- Equipamento de carregamento



Fonte: José Amorim (2014) – Tecnologia De Movimentação De Terras

Para o melhor funcionamento das actividades mineiras, é importante que o ciclo que carregamento e descarregamento ocorra sem nenhum problema, para ilustrar o ciclo, temos a imagem abaixo:

Figura 08 - Ciclo de transporte, carregamento e descarregamento



Fonte: Puc Rio

2.5.3-TEMPO DE CICLOS DOS CAMIÕES

Para estudar o tempo de ciclo do caminhão devemos perceber que depende das características de cada equipamento de transporte, o tempo são dividido em três que são:

Tempo Fixos (e a soma tempo de carga, tempo de descarga e tempo de manobras).

Tempo variáveis (tempos de transporte, carregado e vazio)

A duração do tempo de ciclo é igual à soma dos três tempos, segundo a equação:

$$T_c = T_{fixo} + T_{Ida} + T_{volta}$$

Onde:

$$T_{Ida} = \frac{60D}{V_{Ida}}$$

$$T_{volta} = \frac{60D}{V_{volta}}$$

2.5.4-CICLO DE CARREGAMENTO E DESCARREGAMENTO DA MINA

O ciclo de carregamento e transporte envolve as atividades desde a extração do material até o seu ponto de descarga. Os equipamentos envolvidos são deslocados conforme a produção da frente de lavra, que é o ponto de extração do material.

O processo começa com a extração do material e o posicionamento dos equipamentos de carga nas frentes de lavra. Os equipamentos de carregamentos (escavadeiras) irão carregar os caminhões conforme a sua capacidade e esses caminhões irão descarregar o material num ponto de descarga (britagem, pilha de estéril, ponto de alimentação). Esse ciclo é feito continuamente até que uma frente de lavra esgote seu material, como mostra a imagem.

Para o nosso caso de estudo consideramos que em cada zona possui tem dois camiões com as mesmas características mostrada na tabela 3 e para as duas zonas têm uma escavadeira disponíveis, com as características apresentadas na tabela 4.

2.6- CUSTOS OPERACIONAIS

Segundo Gentry e O'Neil (1984) os custos operacionais são despesas normalmente ligado ao funcionamento da remoção. Os custos de operação podem ser estimados por analogia com outras minas, ao menos para certas operações, por modelamento de certas etapas em função de parâmetros pertinentes a aplicação desses através de coeficientes admitidos ou também através da análise detalhada do projecto.

Os custos operacionais podem ser classificados em três:

- **Custos Directos**
- **Custos Indirectos**
- **Custos Gerais**

a) – **Custos Directos** : São aqueles ligados a quantidade produzida.

- Mão-de-obra: pessoal de operação, da manutenção dos equipamentos, ou seja quadro pessoal para a remoção e trabalhos associados.
- Materiais: Consumíveis (água, energia, combustível).

b) – **Custos Indirectos**: São aqueles que não dependem da quantidade produzidas.

- Mão-de-obra: serviços administrativos, vigilância, despesas com escritório.

c) – **Custos Gerais**: São todos os custos quer seja directo e indirecto na remoção.

Além da classificação como directos e indirectos, os custos também podem ser classificados quanto a sua ocorrência em **fixo**, **semi-váriaveis** e **váriaveis**.

CAPITULO III – APRESENTAÇÃO DO CASO DE ESTUDO

O caso de estudo foi construído a partir de contactos havidos com uma empresa de diamantes. As informações fornecimento foram limitadas, e por razões de confidencialidade não será feita referência alguma ao nome da empresa, nem as minas em causa e sua localização geográfica. Por essa razão algumas informações e parâmetros, usados no caso de estudo, foram atribuídos por consulta de relatórios técnicos, teses de licenciaturas de anos anteriores e contactos com especialistas da área. A escassez de dados foi metodologicamente tratada e compensada no capítulo 7 com a aplicação da análise de sensibilidade aos parâmetros tecno-económicos usados.

3- ESQUEMA DE LOCALIZAÇÃO DAS ZONAS MINERALIZADAS

Em seguida é mostrada o esquema de localização das zonas mineralizadas, localizada na província de Lunda Norte onde a região é formada por duas zonas mineralizada, Zona-1 e Zona-2 existindo na Zona-1 três minas e uma lavaria de PT e na Zona-2 quatro minas e uma lavaria de PT.

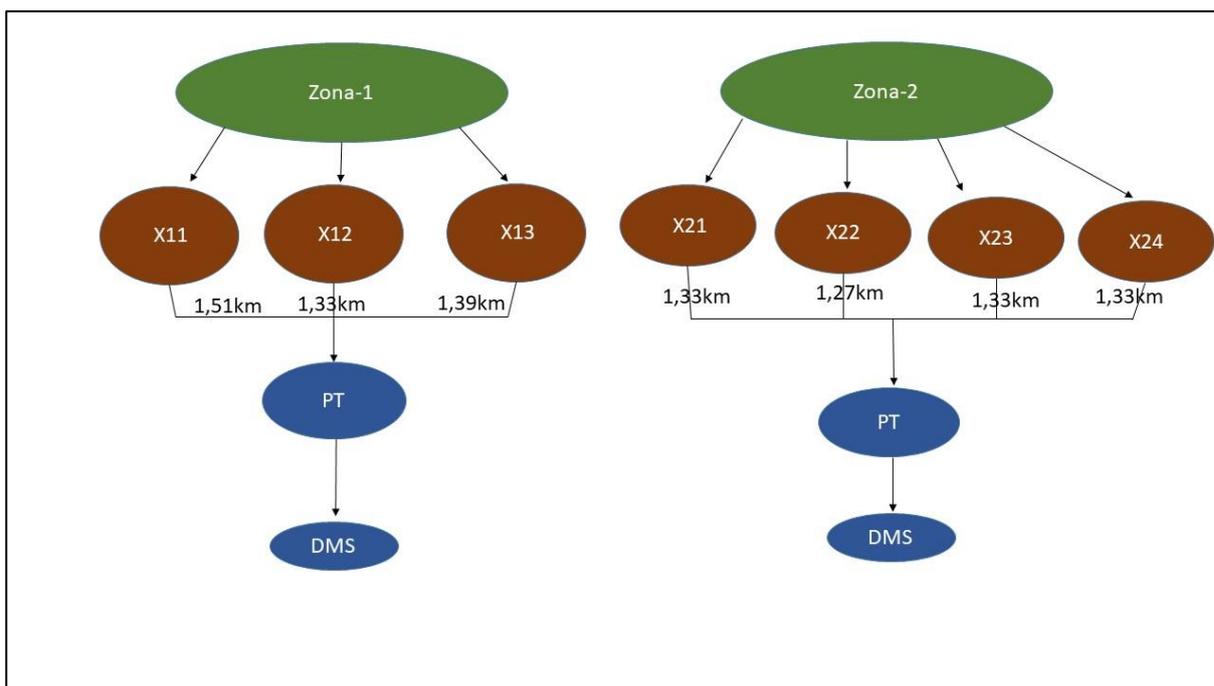


Figura 09-disposição das minas em relação ao transporte e lavarias

3.1-APRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PLANO DE PRODUÇÃO DAS ZONAS MINERALIZADAS

Para um processo de produção de depósitos secundários de diamantes do problema em causa, envolve o transporte, a lavaria os PT, CTP e DMS, como podemos observar mostra a figura abaixo.

Figura 10-Plano de produção das zonas mineralizadas



A figura 10 mostra o plano de produção das zonas mineralizadas, onde podemos ver que existem duas zonas zona-1 tem três minas que são representadas em X₁₁, X₁₂ e X₁₃ e a zona-2 tem quatro minas representadas em X₂₁, X₂₂, X₂₃ e X₂₄ com cada zona um pré-tratamento e um meio denso.

CAPÍTULO IV – MODELO MATEMÁTICO

4- DESENVOLVIMENTO DO MODELO MATEMÁTICO

Trata-se do modelo matemático de programação linear onde todas as relações entre as variáveis deve ser lineares, que segundo Erico Lisboa (2000), compreende a determinação do seguinte:

- A) Da expressão matemática da função objetivo e definição do critério de otimização (maximizar ou minimizar);
- B) Da série de equações ou inequações lineares, chamadas restrições.

A tabela abaixo apresenta os dados para construção do modelo matemático de programação linear, onde está incluído os custos unitários para a formulação da função objetiva que está diretamente ligado com aos custos pela quantidade produzida e as limitações do nosso caso de estudo que estão ligado diretamente as restrições de qualidade, de capacidade de produção horária das escavadeiras, produção horária do pré-tratamento e a taxa de utilização do pré-tratamento.

Tabela 03- Dados para o desenvolvimento do modelo matemático

Minas	Custos Unitários ($\$/m^3$)	Produção horária das escavadoras (m^3/h)	Produção horária do pré-tratamento (m^3/h)	Qualidade do minério (CTs)	Taxa de utilização dos PTS
1	0,5	44	60	0,34	40%
2	0,44	44		0,36	
3	0,46	44		0,35	
4	0,44	44	60	0,34	40%
5	0,42	44		0,34	
6	0,44	44		0,36	
7	0,44	44		0,37	

Fonte: Consultas de relatórios e contactos com empresas em Angola

4.1-FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo é formada por uma expressão de custo de produção horária das minas das duas zonas. Sendo assim, a função tem como critério de otimização a minimização dos custos total de produção horária. O custo de produção horária de cada mina dependerá de vários componentes, tais como: Produção horária da escavadora, do pré-tratamento e da produção horária do transporte. A função objetiva (Z) pode ser equacionada da seguinte forma:

$$\min Z = \sum_{i=1}^{n_1} C_i \cdot X_{1i} + \sum_{i=n_1+1}^{n_2} C_i \cdot X_{2i}$$

Onde:

X_{1i} : produção horária das minas na zona 1

X_{2i} : produção horária das minas na zona 2

C_i : custos unitários de produção de cada mina

n_1 : conjunto das minas da zona 1

n_2 : conjunto das minas da zona 2

Os custos unitários de cada mina foram determinado segundo várias hipóteses, tais como:

- A existência de uma frente única por cada mina
- Uma escavadora atribuída por cada frente com uma produção horaria de 44 (m^3/h)
- Um número de 1 camiões em cada mina com uma produção horaria de 51 m^3/h na Z_1 e 48 m^3/h na Z_2 .

Atribuição dos custos unitários foi feita com maior atenção a componente de transporte do minério do que as componentes da produção da mina e da lavaria por serem estas, a partida, as componentes que menos variam, até poderem ser consideradas como constantes.

Como para o caso de estudo $n_1=3$ e $n_2=4$, a função objetivo é escrita da seguinte forma:

$$\text{Min } Z = c_1X_{11} + c_2X_{12} + c_3X_{13} + c_3X_{21} + c_4X_{22} + c_5X_{23} + c_6X_{24}$$

Na formulação da função objetivo é necessário conhecer os valores dos custos unitários de cada mina, C_i que estão apresentados na tabela a seguir:

Tabela 04- Custos unitários de produção das minas

MINAS	M11	M12	M13	M21	M22	M23	M24
CUSTOS (C_i)	0,5	0,44	0,46	0,44	0,42	0,44	0,44

Fonte: Consultas de relatórios e contactos com empresas em Angola

A partir dos dados mostrados na tabela 3 é possível construir a função objetivo seguindo o modelo matemático da programação linear como mostra a função a seguir:

$$Z_{min} = 0,5X_{11} + 0,44X_{12} + 0,46X_{13} + 0,44X_{21} + 0,42X_{22} + 0,44X_{23} + 0,44X_{24}$$

Essa equação expressa o custo total da produção das duas zonas (\$/h).

4.2.2- RESTRIÇÕES DO MODELO DA PL

a) Restrição de qualidade

A restrição de qualidade expressa a quantidade mínima em quilates a produzir em uma hora de trabalho para as duas zonas, designada por Qt_{min} (*produção mínimo em quilates*). Podemos entender o significado de Qt_{min} como a quantidade mínima a produzir que garanta a viabilidade técnico-económica das zonas mineralizadas a restrição de qualidade pode ser vista na seguinte inequação:

$$\sum_{i=1}^{n_1} t_i \cdot X_{1i} + \sum_{i=n_1+1}^{n_2} t_i \cdot X_{2i} \geq Qt_{min}$$

Sendo os t_i os teores em cada mina

$$t_1X_{11} + t_2X_{12} + t_3X_{13} + t_4X_{21} + t_5X_{22} + t_6X_{23} + t_7X_{24} \geq Qt_{min}$$

Os valores de teores de cada mina são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 05- Dados para formulação da restrição de qualidade

MINAS	M11	M12	M13	M21	M22	M23	M24
Teores	0,34	0,36	0,35	0,34	0,34	0,36	0,37
Qt min			200				

Fonte: Consultas de relatórios e contactos com empresas em Angola.

A partir dos dados mostrados no quadro 5 e 3 é possível construir a restrições seguindo o modelo de programação linear.

$$0,34X_{11} + 0,36X_{12} + 0,35X_{13} + 0,34X_{21} + 0,34X_{22} + 0,36X_{23} + 0,37X_{24} \geq 200$$

b) Restrição da produção horária das minas

Esta restrição limita a produção diária das minas (Ph_m), baseada na hipótese de que uma única escavadora opera em cada mina, como mostra a equação:

$$X_{1i} \leq Ph_m, i=1, n1$$

$$X_{2i} \leq Ph_m, i=1, n2$$

Onde:

Ph_m é a produção horária

$$x_{12} \leq P_{hm}$$

$$x_{12} \leq P_{hm}$$

$$x_{13} \leq P_{hm}$$

$$x_{21} \leq P_{hm}$$

$$x_{22} \leq P_{hm}$$

$$x_{23} \leq P_{hm}$$

$$x_{24} \leq P_{hm}$$

Admitindo que as escavadoras que operam em cada mina têm características semelhantes o P_{hm} é calculado da seguinte maneira:

Dados

C_b , Capacidade do balde é $3,4 \text{ m}^3$

T_c , Tempo de ciclo da escavadora é de $37''$

R_h , Rendimento horário da escavadora é de 40%

Como mostra a tabela 7

$$P_{hm} = \frac{60 \cdot 60 \cdot C_b}{T_c} \cdot R_h = \frac{60 \cdot 60 \cdot 3,4}{37} \cdot 0,40 = 132 \text{ m}^3/h$$

Que corresponde a produção diária da mina de $\frac{132 \text{ m}^3}{h} \cdot \frac{8h}{dia} = 1059 \text{ m}^3/dia$

Esta produção convertida em produção horária que seja compatível com a produção das PTs

(24h/dia) seria igual a $P_{hm} = \frac{1059 \text{ m}^3/dia}{24h/dia} = 44 \text{ m}^3/h$, que é a produção horária das minas a

introduzir nas restrições da produção horária das minas :

$$x_{12} \leq 44$$

$$x_{12} \leq 44$$

$$x_{13} \leq 44$$

$$x_{21} \leq 44$$

$$x_{22} \leq 44$$

$$x_{23} \leq 44$$

$$x_{24} \leq 44$$

c) Restrição da produção horária do pré-tratamento

Para cada zona existe uma central de pré-tratamento, essa limitação serve para controlar a produção para que não exceda a capacidade instalada, e para isso temos a inequação a seguir:

$$\sum_{i=1}^{n1} X_{1i} \leq PT_1$$

e

$$\sum_{i=1}^{n2} X_{2i} \leq PT_2$$

Onde:

PT é a capacidade horária de produção das lavarias de pré-tratamento em cada zona

Tabela 06- Produção horária dos pré-tratamentos

Zonas Mineralizada	Produção horária (m ³ /h)
Z ₁	60
Z ₂	60

Fonte: Empresa diamantífera de Angola

$$\begin{array}{l} X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq PT_1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq PT_2 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 60 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq 60 \end{array}$$

d) Restrição da utilização das lavarias de PTs

A situação actual da produção nas duas zonas é determinada por um subaproveitamento da capacidade das lavarias PTs a 40%. Do ponto de vista da gestão da mina é interessante ter a perspectiva de quanto custaria, em termos operacionais ou de investimento em equipamentos, a aplicação de uma solução que optimizasse os recursos naturais e técnicos das zonas. Esta restrição introduz no modelo PL o incremento desejado da produção nas minas que levassem a taxas maiores de utilização das lavarias de PTs.

Tabela 07 - Taxa de utilização das lavarias PTs

Zona	Taxa de utilização (tu)
Z ₁	40%
Z ₂	40%

Fonte: Empresa diamantífera de Angola

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \geq tu \cdot PT1$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \geq tu \cdot PT2$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \geq 0,4 \cdot 60 = 24$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \geq 0,4 \cdot 60 = 24$$

e) Restrição de não negatividade

Para programação Linear a restrição de não negatividade é muito comum em aparecerem nos modelos, pois garantem que as variáveis utilizadas não assumam valores negativo.

Essa restrição é obrigatória, pois no modelo não se pode ter valores negativos para produção em uma frente, tão menos o número de viagens pode ser negativo. A seguir está a representação da restrição de não negatividade:

$$x_{IJ} \geq 0$$

4.1.2-MODELO FINAL

$$FO: Z_{min} = 0,5X_{11} + 0,44X_{12} + 0,46X_{13} + 0,44X_{21} + 0,42X_{22} + 0,44X_{23} + 0,44X_{24}$$

Restrições

1. $X_{11} \leq 44$
2. $X_{12} \leq 44$
3. $X_{13} \leq 44$
4. $X_{21} \leq 44$
5. $X_{22} \leq 44$
6. $X_{23} \leq 44$
7. $X_{24} \leq 44$
8. $X_{11} + X_{12} + X_{13} \geq 44$
9. $X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \geq 44$
10. $0,34X_{11} + 0,36X_{12} + 0,35X_{13} + 0,34X_{21} + 0,34X_{22} + 0,36X_{23} + 0,37X_{24} \geq 200$
11. $X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24} \geq 0$

CAPITULO V- APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMPLEX

O método SIMPLEX é o método frequentemente utilizado para resolver problemas de programação linear Dantzig e Koopmans (1946).

Para aplicação deste método o problema deve estar bem equacionada na forma **standard** e **canónica**, como vimos no capítulo II.

Forma standard: Quando as restrições de um modelo de Programação Linear são apresentadas na forma de equações, diz-se que esse modelo está na **forma standard (padrão)**. O modelo na forma standard tem a seguinte apresentação:

- **Função Objetivo**

$$FO: Z_{min} = 0,5X_{11} + 0,44X_{12} + 0,46X_{13} + 0,44X_{21} + 0,42X_{22} + 0,44X_{23} + 0,44X_{24}$$

- **Restrições**

$$X_{12} \leq 44$$

$$X_{12} \leq 44$$

$$X_{13} \leq 44$$

$$X_{21} \leq 44$$

$$X_{22} \leq 44$$

$$X_{23} \leq 44$$

$$X_{24} \leq 44$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \geq 24$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \geq 24$$

$$0,34X_{11} + 0,36X_{12} + 0,35X_{13} + 0,34X_{21} + 0,34X_{22} + 0,36X_{23} + 0,37X_{24} \geq 200$$

$$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24} \geq 0$$

Forma canônica: é quando as restrições na forma de inequações são transformadas em equações no modelo. Essa transformação é feita com a inserção das variáveis de folgas (f_i) e auxiliares (f_{ij}). O modelo na forma canônica tem a seguinte apresentação:

- **Função Objetivo**

$$Z_{min} = 0,5X_{11} + 0,44X_{12} + 0,46X_{13} + 0,44X_{21} + 0,42X_{22} + 0,44X_{23} + 0,44X_{24}$$

- **Restrições**

$$X_{11} + f_1 = 44$$

$$X_{12} + f_2 = 44$$

$$X_{13} + f_3 = 44$$

$$X_{21} + f_4 = 44$$

$$X_{22} + f_5 = 44$$

$$X_{23} + f_6 = 44$$

$$X_{24} + f_7 = 44$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + f_{10} = 24$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + f_{11} = 24$$

$$0,34X_{11} + 0,36X_{12} + 0,35X_{13} + 0,34X_{21} + 0,34X_{22} + 0,36X_{23} + 0,37X_{24} - f_{11} = 200$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, \geq 0$$

As duas formas apresentadas (*padrão* e *canônica*) são equivalentes. Com efeito, mediante as operações a seguir indicadas, é sempre possível dar a qualquer problema uma destas formas, sem que o conjunto de soluções se altere.

5- APLICAÇÃO DA FERRAMENTA SOLVER

Existem várias ferramentas para solução de problemas de otimização, de entre elas, o SOLVER é a ferramentas do pacote Microsoft Excel que foi desenvolvida para resolver problemas de programação linear e não linear.

Para aplicação do Solver é necessário ter em conta os seguintes elementos: 1) Grupos de células de destino relacionadas com as variáveis de decisão e a solução; 2) Células variáveis que contêm resultados; 3) Grupos de células relacionadas com as restrições.

5.1-INSERÇÃO DOS DADOS PARA APLICAÇÃO DO SOLVER

Na tabela abaixo estão presente os dados e parâmetros necessários para introduzir o modelo do problema no SOLVER. Observa-se que as variáveis de decisão têm índice duplo do tipo X_{ij} , onde índice i representa as zonas mineira e índice j as minas em cada zona.

Tabela 08- Inserção dos dados para aplicação do solver

Função Objetivo	Coeficiente das variáveis na FO e Restrições								
Variável de decisão	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24		
Função Objetivo	0,5	0,44	0,46	0,44	0,42	0,44	0,44		
Solução	0	0	0	0	0	0	0		
Minimizar (Z)	0								
Nº Restrições	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24	LHC	RHC
1	1	0	0	0	0	0	0	0	44
2	0	1	0	0	0	0	0	0	44
3	0	0	1	0	0	0	0	0	44
4	0	0	0	1	0	0	0	0	44
5	0	0	0	0	1	0	0	0	44
6	0	0	0	0	0	1	0	0	44
7	0	0	0	0	0	0	1	0	44
8	0	0	0	1	1	1	1	0	24
9	1	1	1	0	0	0	0	0	24
10	0,34	0,36	0,35	0,34	0,34	0,36	0,34	0	200

Podemos notar que temos uma função Z a ser minimizada que representa o custo de produção (transporte). O modelo tem 10 restrições divididas da seguinte forma:

- 1) De 1 a 7 temos as restrições da produção horária da mina.
- 2) De 8 a 9 temos as restrições da produção horária das lavarias de pré-tratamentos.
- 3) A 10 é a restrição de qualidade

5.2-APLICAÇÃO DO SOLVER

Para aplicação do Solver é necessário o conhecimento dos parâmetros da ferramenta e como mostra a imagem temos o primeiro parâmetro na parte superior que é a definição da função objetivo ($SG\$7$). Como a função objetivo é minimizar os custos é necessária assinalar a opção “ mínimo “. Para as produções de cada mina (variáveis de decisão) no Solver elas estão representada por “ $SG\$6;SM\6 “ que são exatamente as variáveis (X_{ij}) na função objetivo e, por último, temos as restrições que são representadas pelas desigualdades que estão listadas na janela ‘sujeito às restrições’ como mostra a figura 11.

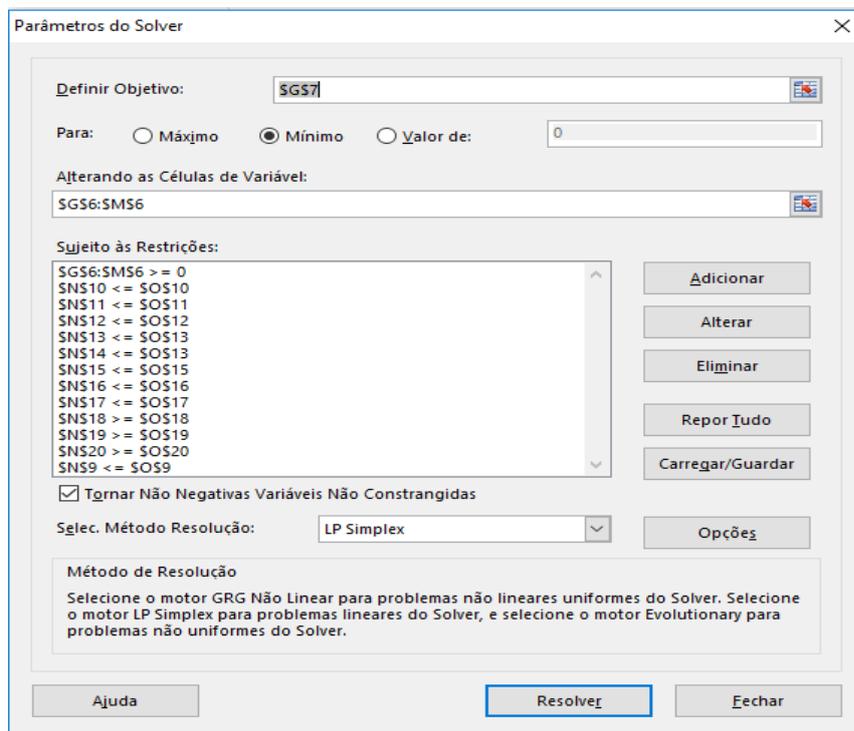


Figura 11- Janela de lançamento do solver

Antes de a solução ser apresentada o Solver dá-nos a ver uma janela intermédia onde a informação mais importante é se a solução encontrada é uma solução aceitável ou não, como mostra a figura 12.

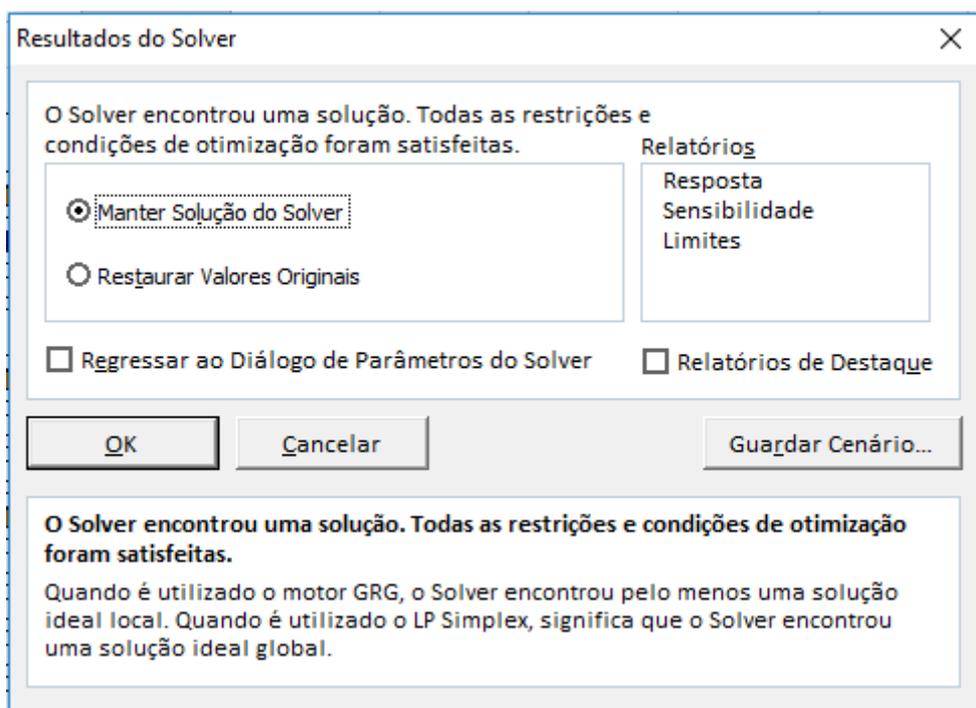


Figura 12- Janela intermédia do solver

A solução óptima no SOLVER é apresentada na mesma folha de cálculo que é usada para inserção dos dados (Tabela 8). A ferramenta tem a opção manual de visualizar as iterações desenvolvidas pelo método SIMPLEX que ajuda a perceber o processo da busca da solução óptima, assim como saber se as soluções em cada iteração são aceitável ou não. Quando terminada as iterações o resultado óptimo pode ser visto na linha `solução` e o custo óptimo pode ser lido na linha `função objetivo`.

Tabela 09- Situação das minas com uma taxa de utilização de 40%

		Coeficiente das variáveis na FO e Restrições							
Variável de decisão	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24		
Função Objetivo	0,5	0,44	0,46	0,44	0,42	0,44	0,44		
Solução	0	23	0	0	0	0	24		
Minimizar (Z)	20,68								
Nº Restrições	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24	LHC	RHC
1	1	0	0	0	0	0	0	0	44
2	0	1	0	0	0	0	0	23	44
3	0	0	1	0	0	0	0	0	44
4	0	0	0	1	0	0	0	0	44
5	0	0	0	0	1	0	0	0	44
6	0	0	0	0	0	1	0	0	44
7	0	0	0	0	0	0	1	24	44
8	0	0	0	1	1	1	1	24	24
9	1	1	1	0	0	0	0	23	24
10	0,34	0,36	0,35	0,34	0,34	0,36	0,37	17,16	17

As informações de partida do nosso caso de estudo indicam um subaproveitamento a 40% da capacidade das lavarias de pré-tratamento, como podem ser vistos os valores das restrições 8 e 9 na coluna “RHC”.

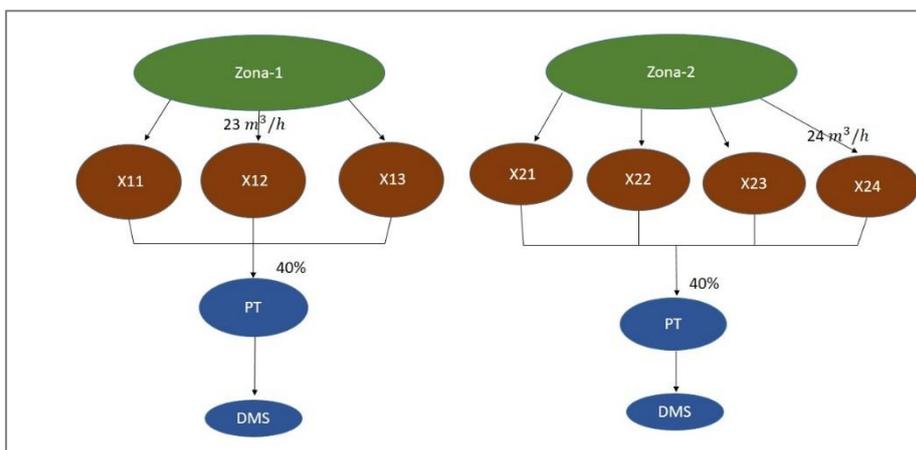


Figura13- Disposição das minas com uma taxa de utilização de 40% das lavarias PTs

Figura 13 esquematiza a solução encontrada em função da disposição e fluxo de trabalho das minas em cada uma das zonas e as lavarias de PTs. o funcionamento atual das zonas mineralizadas com um nível de utilização de 40%. Podemos assim observar que em cada zona temos uma mina em funcionamento, na Z₁ temos a mina X₁₁ e na Z₂ temos a mina X₂₃.

CAPÍTULO VI-APLICAÇÃO SEQUÊNCIAL DA PL COM AUMENTO GRADUAL DA TAXA DE UTILIZAÇÃO LAVARIAS PTs

A situação actual da produção das minas e das lavarias é de subaproveitamento das capacidades instaladas (40%). Por isso, é razão mais do que suficiente querer projectar o esforço técnico e financeiro necessário para o aumento de produção e um melhor aproveitamento das capacidades e recursos existentes. Poderia dar-se o caso da gestão das minas não ter condições financeiras de investir numa utilização a 100% das capacidades instaladas, o que justifica a apresentação do esforço financeiro em função de aumentos graduais da utilização, o que permitirá a gestão da mina poder prever o resultado e solução óptima a adotar em função da sua condição financeira no momento.

O aumento gradual da taxa de utilização será feita a contar da situação actual de 40% com incrementos a 10%, que correspondem as seguintes produções horárias das lavarias PTs:

Tabela 10- Taxa de utilização dos pré-tratamentos

tu (%)	PTi (m^3/h)
50	30
60	36
70	42
80	48
90	54
100	60

O passo seguinte seria o de repetir o SIMPLEX para cada valor da taxa de utilização (tu) o que significaria a alteração no modelo as restrições da capacidade das lavarias (PTi) segundo os valores da tabela 6 e 7:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq tu \cdot PT1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq tu \cdot PT2$$

Nos pontos a seguir, 6.1 e 6.2 serão apresentadas apenas os resultados do SIMPLEX e a sua esquematização apenas para os valores de (tu) igual a 50% e 100%. No ponto 6.3 serão apresentados todas as soluções de SIMPLEX para os restantes valores de (tu).

6- LANÇAMENTO DO SIMPLEX COM TU IGUAL A 50%

A 50% da taxa de utilização a solução óptima encontrada com o SOLVER é mostrada na tabela 10.

Tabela 11- Situação das minas com uma taxa de utilização a 50%

	Coeficiente das variáveis na FO e Restrições									
Variáveis de decisão	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24			
Função Objetivo	0,5	0,44	0,46	0,44	0,42	0,44	0,44			
Solução	0	28	0	0	0	0	30			
Minimizar (Z)	25,52									
Restrições	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24	LHC	RHC	
1	1	0	0	0	0	0	0	0	44	
2	0	1	0	0	0	0	0	28	44	
3	0	0	1	0	0	0	0	0	44	
4	0	0	0	1	0	0	0	0	44	
5	0	0	0	0	1	0	0	0	44	
6	0	0	0	0	0	1	0	0	44	
7	0	0	0	0	0	0	1	30	44	
8	0	0	0	1	1	1	1	30	30	
9	1	1	1	0	0	0	0	28	30	
10	0,34	0,36	0,35	0,34	0,34	0,36	0,37	21,18	21	

A figura 14 mostra a esquematização da solução de acordo com o funcionamento das minas nas zonas Z-1 e Z-2 em relação ao aumento da produção das PTs para uma taxa de utilização de 50%. Com podemos observar a solução indica as mesmas minas (X₁₂, X₂₄) a produzir com tu igual a 40% diferindo apenas a quantidade produzidas em cada mina e um aumento propocional do custo óptimo.

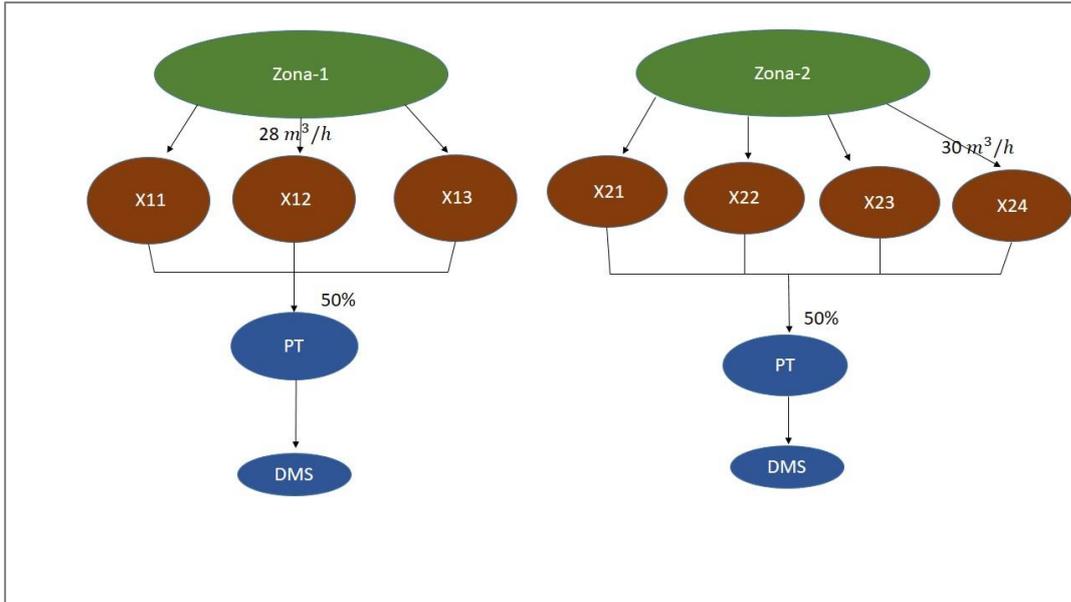


Figura 14- Disposição das minas com uma taxa de utilização de 50% das lavarias PTs

6.1- LANÇAMENTO DO SIMPLEX COM TU A 100%

A 100% da taxa de utilização a solução óptima encontrada com o SOLVER é mostrada na tabela 12.

Tabela 12- Situação das minas com uma taxa de utilização de 100%

	Coeficiente das variáveis na FO e Restrições								
Variáveis de decisão	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24		
Função Objetivo	0,5	0,44	0,46	0,44	0,42	0,44	0,44		
Solução	0	44	12	0	0	16	44		
Minimizar (Z)	51,28								
Restrições	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24	LHC	RHC
1	1	0	0	0	0	0	0	0	44
2	0	1	0	0	0	0	0	44	44
3	0	0	1	0	0	0	0	12	44
4	0	0	0	1	0	0	0	0	44
5	0	0	0	0	1	0	0	0	44
6	0	0	0	0	0	1	0	16	44
7	0	0	0	0	0	0	1	44	44
8	0	0	0	1	1	1	1	60	60
9	1	1	1	0	0	0	0	56	60
10	0,34	0,36	0,35	0,34	0,34	0,36	0,37	42,08	42

A figura 15 mostra a esquematização da solução de acordo com o funcionamento das minas nas zonas Z1 e Z2 em relação ao aumento da produção das PTs para uma taxa de utilização de 100%. Com podemos observar a solução indica a produção nas minas X12, X13 na Z1 e as minas X23, X24 na Z2 que mostra a necessidade de pôr um número maior de minas em actividade em cada zona com aumento a uma tu igual a capacidade total das PTs. Esta solução óptima eleva um aumento directo da produção de 51,28 \$/h.

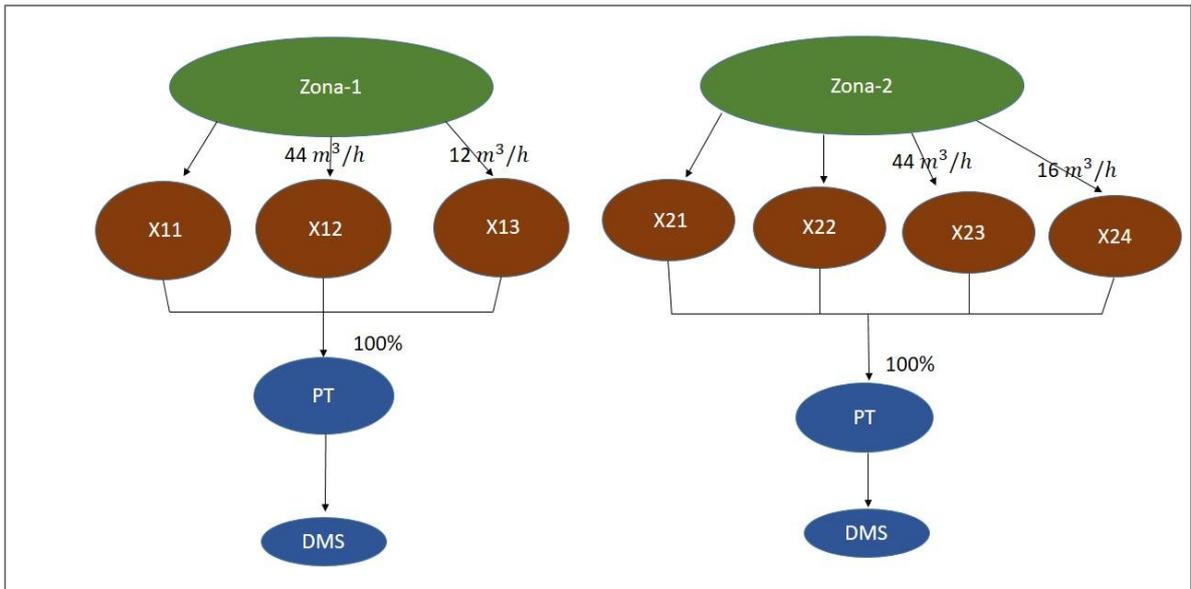


Figura 15- Disposição das minas com uma taxa de utilização de 100% das lavarias de PTs

6.2-APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DO SIMPLEX PARA TODOS OS VALORES DE TU ENTRE 40% E 100%

A tabela em baixo resume as soluções óptimas encontradas com o SOLVER para as **tu** variando entre 40% e 100%.

Tabela 13- Apresentação dos resultados do simplex para todos os valores de

Utilização	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24	Solução óptima
40%	0	23	0	0	0	0	24	20,68
50%	0	28	0	0	0	0	30	25,52
60%	0	41	0	0	0	0	42	36,52
70%	0	41	0	0	0	4	44	39,16
80%	0	43	0	0	0	4	44	40,04
90%	0	44	4	0	0	10	44	44,96
100%	0	44	12	0	0	16	44	51,28

A solução óptima para **tu** igual a 40% mantém-se com a produção das minas X_{12} na Z_1 e X_{24} na Z_2 até **tu** igual 60%. A partir daí a variação de **tu** de 70% a 90% impõe a activação da mina X_{23} na Z_2 e com a variação de **tu** de 90% a 100% entra em operação a mina X_{13} na Z_1 .

CAPITULO VII– ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para análise e discussão dos resultados vamos ter em conta a solução óptima obtida para valor da taxa de utilização, isto é, que minas na Zona 1 e Zona 2 fazem parte da solução óptima e devem estar em actividade, a produzir e nas quantidades indicadas pelas solução. Para além disto teremos em conta, também, apenas os custos nas nas seguintes categorias:

- a) Custos directos (solução óptima)
- b) Custos de aluguer de equipamentos
- c) Custos de activação.

a)- Custos directos (m^3/h) obtidos com a solução óptima do Simplex.

Por imperativos ligados aos problemas de programação linear, todas as expressões do modelo, tanto da FO como dos vínculos, devem ser expressões lineares em relação as variáveis. Por essa razão, esta categoria é chamada de custos directos por serem proporcionais as quantidades produzidas.

b)-Custos de aluguer dos equipamentos de transporte e carregamento

Neste caso de estudo para a necessidade adicional de equipamentos (camiões e escavadoras) optamos pela solução de aluguer em vez da compra dos equipamentos pelo esforço financeiro que essa solução representa para uma empresa que parece não ter uma grande capacidade de investimento.

c)-Custos de activação da mina (C_a)

Esta categoria corresponde a um valor fixo estimado e, a adicionar ao custo total, sempre que uma mina, antes inactiva, deva entrar em actividade. Para a sua estimação consideramos o custo equivalente a 20% do custo médio de produção horário das minas em 3 dias de produção, o que seria igual a $(c_{mu} \times p_{hc})$, sendo c_{mu} o custo unitário médio das minas e P_{hc} é a produção horária dos camiões.

$$C_a = 3 \times 0,2 \times c_{mu} \times p_{hc}$$

A tabela 14, mostra as características dos camiões, escavadoras e funcionamento que serão adoptadas na análise dos resultados. Para além disso já se conhece da fase de modelagem que a produção de cada mina é limitada ao funcionamento de uma escavadora (44 m³/h).

Tabela 14- Produção horária e custo de aluguer dos camiões

ZONAS	Z-1	Z-2
Volume dos camiões (m ³)	12	12
Tempo de ciclo dos camiões (min)	14,8	15
Produção horária dos camiões (m ³ /h)	51	48
Custo de aluguer dos camiões (\$/h)	3,7	3,7
Custo de aluguer da escavadora (\$/h)	2,9	2,9

Fonte: Joaquim Solias, 2020

7- SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 40% (SITUAÇÃO ACTUAL DA MINA)

Este caso corresponde a situação actual de actividade das minas como sendo aquela que corresponde a taxa de utilização das lavarias de 40%. A solução optima e o custo optimo encontrados estão espelhados na tabela 15 nela podemos ver o significado da solução encontrada em função dos equipamentos necessários ao nível das minas em resposta a solução encontrada (solução óptima) e os custos associados (custo óptimo).

Tabela 15- Custos mínimo das zonas mineralizadas com taxa de utilização de 40%

	Produção horária (m ³ /h)	Nº camiões	Nº voltas	Nº de escavadeiras	Solução óptima (\$/h)
Zona-1					
X11
X12	23	1	4	1	10,12
X13
Zona-2					
X21
X22
X23
X24	24	1	4	1	10,56
Total	47	2	8	2	20,68

Observando os dados na tabela, podemos concluir que para a taxa de utilização de 40% não serão necessários mais do que:

1. Duas minas a funcionar em cada uma das zonas (X_{12} e X_{24})
2. Uma escavadora e um camião para cada uma das minas,
3. Não haverá custos de aluguer e activação.
4. Custo total igual a 20,68 \$/h

7.1 -SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 50%

A essa taxa de utilização das lavarias,o modelo de PL produziu a solução optima e o custo mínimo que estão apresentados na tabela 16, seguinte:

Tabela 16- Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 50%

	Produção horária (m ³ /h)	Nº de camiões	Nº voltas	Nº Esc.	Solução óptima (\$/h)	Custo de aluguer	Custo de activação
Zona-1							
X11
X12	28	1	4	1	12,32
X13
Zona-2							
X21
X22
X23	---	...
X24	30	1	4	1	13,2	---	...
Total	58	2	8	2	25,52	---	...

Observando os dados na tabela, podemos concluir que para a taxa de utilização de 50% não serão necessários mais do que:

1. As minas X12 e X24 a funcionar, as mesmas minas da solução anterior a tu=40%, mas com produções horarias maiores.
2. O aumento de produção nas minas ainda não requer a necessidade de equipamento adicional a alugar.
3. Não haverá custos de activação, também.
1. Custo total cresce ligeiramente para 25,52 \$/h

7.2 -SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA T_u IGUAL A 60%

A taxa de utilização das lavarias a 60% , o modelo de PL produziu a solução optima e o custo mínimo que estão apresentados na tabela 17 seguinte:

Figura 17- Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 60%

	Produção horária (m ³ /h)	Nº de camiões	Nº voltas	Nº Esc.	Solução óptima (\$/h)	Custo de aluguer(\$/h)	Custo de activação (\$)
Zona-1							
X11
X12	41	1	4	1	18,04
X13
Zona-2							
X21
X22
X23
X24	42	1	4	1	18,48	---	...
Total	83	2	8	2	36,52	---	...

Observando os dados na tabela, podemos concluir que para a taxa de utilização de 60% não serão necessários mais do que:

1. As mesmas minas X_{12} e X_{24} a funcionar, com produções horarias ainda maiores.
2. O aumento de produção nas minas ainda não requer a necessidade de equipamento adicional a alugar.
3. Não haverá custos de activação, também.
4. Custo total cresce ligeiramente para 36,52 \$/h

7.3- SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 70%

Com a taxa de utilização das lavarias a 70% , o modelo de PL produziu a solução optima e o custo mínimo que estão apresentados na tabela 18, seguinte:

Figura 18- Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 70%

	Produção horária (m ³ /h)	Nº de camiões	Nº voltas	Nº Esc.	Solução óptima (\$/h)	Custo de aluguer(\$/h)	Custo de activação (\$)
Zona-1							
X11
X12	41	1	4	1	18,04
X13
Zona-2							
X21
X22
X23	4	1	4	1	1,17	6,6	16,01
X24	44	1	4	1	19,36	---	...
Total	89	3	12	3	39,16	6,6	16,01

Observando os dados na tabela, podemos concluir que para a taxa de utilização de 70% serão necessários:

1. Para além das minas X₁₂ e X₂₄, vai se necessário activar a mina X₂₃ da zona 2 , embora com uma produção horária pequena.
2. A activação da mina X₂₃ vai requerer a consideração, tanto do custo de activação, como do aluguer de equipamento.
3. Custo total, para alem do custo directo a valer 39,16 \$/h é acrescido do custo de activação de 16,01\$ e de aluguer de 6,6\$/h.

7.4- SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 80%

Com a taxa de utilização das lavarias a 80% , o modelo de PL produziu a solução optima e o custo mínimo que estão apresentados na tabela 19, seguinte:

Figura 19- Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 80%

	Produção horária (m ³ /h)	Nº de camiões	Nº voltas	Nº Esc.	Solução óptima (\$/h)	Custo de aluguer(\$/h)	Custo de activação (\$)
Zona-1							
X11
X12	43	1	4	1	18,92
X13
Zona-2							
X21
X22
X23	4	1	4	1	1,17	6,6	16,01
X24	44	1	4	1	19,36	---	...
Total	91	3	12	3	40,04	6,6	16,01

Observando os dados na tabela, podemos concluir que para a taxa de utilização de 80% não serão necessários mais do que:

1. As mesmas minas X₁₂, X₂₄ e X₂₃ a funcionar, com produções horárias das minas X₁₂ e X₂₄ ligeiramente maiores.
2. Os custos de activação e aluguer são os mesmos do caso anterior, porque mais nenhuma nova mina precisa de ser posta a funcionar.
3. O Custo total cresce ligeiramente para $16,01\$ + 40,04\$/h + 6,6\$ = 62,65\$/h$

7.5- SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 90%

Com a taxa de utilização das lavarias a 90% , o modelo de PL produziu a solução optima e o custo mínimo que estão apresentados na tabela 20, seguinte:

Figura 20- Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 90%

	Produção horária (m ³ /h)	Nº de camiões	Nº voltas	Nº Esc.	Solução óptima (\$/h)	Custo de aluguer(\$/h)	Custo de activação
Zona-1							...
X11	
X12	44	1	4	1	19,36
X13	4	1	4	1	1,84	6,6	15,07
Zona-2							
X21
X22	---
X23	10	1	4	1	4,4	6,6	16,01
X24	44	1	4	1	19,36	---	...
Total	102	4	12	4	44,96	13,2	31,08

Observando os dados na tabela, podemos concluir que para a taxa de utilização de 90% serão necessários:

1. Para além das minas X₁₂, X₂₄ e X₂₃, a activação da mina X₁₃ da zona 1, embora com uma produção horária pequena.
2. A activação da mina X₂₃ vai requerer a consideração, tanto do custo de activação, como do aluguer de equipamento.
3. Custo total, para além do custo directo a valer 44,96 \$/h, é acrescido do custo de activação das duas zonas, que é 15,07\$+16,01\$ e de aluguer das duas zonas, que é 6,6\$/h+6,6\$/h.

7.6-SOLUÇÃO ÓPTIMA DA PRODUÇÃO E CUSTOS ASSOCIADOS DAS MINAS PARA TU IGUAL A 100%

Com a utilização a 100 % da capacidade das lavarias, o modelo de PL produziu a solução optima e o custo mínimo que estão apresentados na tabela 21, seguinte:

Tabela 21- Custos das zonas com aumento gradual de uma taxa de utilização de 100%

	Produção horária (m ³ /h)	Nº de camiões	Nº voltas	Nº Esc.	Solução óptima (\$/h)	Custo de aluguer(\$/h)	Custo de activação
Zona-1							
X11
X12	44	1	4	1	19,36
X13	12	1	4	1	5,52	6,6	15,07
Zona-2							
X21
X22
X23	16	1	4	1	7,36	6,6	16,01
X24	44	1	4	1	19,36
Total	116	4	16	4	51,28	13,2	31,08

Observando os dados na tabela, podemos concluir que para a taxa de utilização de 100% serão necessários:

1. Para além das minas X₁₂, X₂₄ e X₂₃, a activação da mina X₁₃ da zona 1, embora com uma produção horária pequena.
2. A activação da mina X₁₃ vai requerer a consideração, tanto do custo de activação, como do aluguer de equipamento.
3. Custo total, para além do custo directo a valer 51,28 \$/h, é acrescido do custo de activação de 31\$ e de aluguer de 13,2 \$/h

Nota: Se for seguida a estratégia da subida gradual da taxa de utilização então o custo de activação da mina X₁₃ é considerado uma vez só, assim como o seria no caso da mina X₂₃ no caso de tu=70%.

7.7- SÍNTESE DOS CUSTOS E SUA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

A tabela 22 sintetiza os custos calculados nos pontos anteriores que ajudam a mostrar a variação dos custos e suas categorias dadas em função da taxa de utilização:

Tabela 22- custos óptimo, aluguel de camiões e escavadoras em cada **tu**

Taxa de utilização	Custos óptimo(\$/h)	Custos de aluguer (\$/h)	Custos de activação(\$)	Custos total (\$/h)
40%	20,68	0	0	20,68
50%	25,52	0	0	25,52
60%	36,52	0	0	36,52
70%	39,16	6,6	16,01	61,77
80%	40,04	6,6	16,01	62,65
90%	44,96	13,2	31,08	89,24
100%	51,28	13,2	31,08	95,52

A leitura e interpretação dos resultados desses resultados é melhor realizada quando os apresentados na forma de um gráfico.

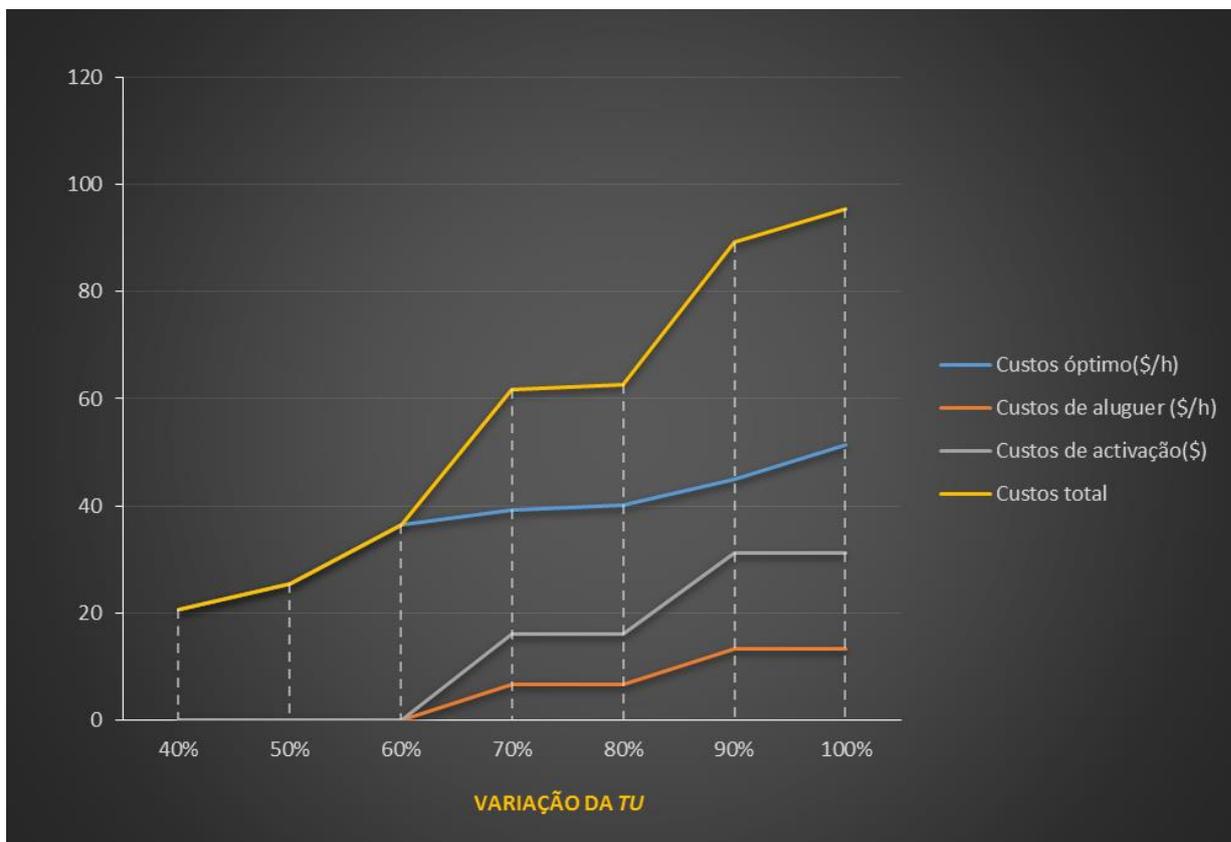


Figura:16-Gráfico da relação entre os custos

Uma melhor interpretação dos resultados da tabela 22 e do gráfico da figura 16 é feita se comparamos o andamento da curva da variação dos custos totais (custo total) em função ao andamento da curva do custo ótimo obtida pelo simplex (valor ótimo).

Assim, temos a destacar os seguintes casos:

- A. Para os valores de **tu** inferiores á 60% : A curva do custo total (custo total) tem um andamento igual ao da curva do valor ótimo.

- B. Para valor de **tu** superior a 60%: A curva do custo total é afectada pelo andamento das curvas do custo de aluguer e do custo de activação.
 - 1. No intervalo de **tu** de 60% a 80%: Os dois custos apresentam um andamento constante e equivalente a cerca de 60\$/h.

 - 2. No intervalo de **tu** de 80% a 100%: O custo total (**Ct**) tem um andamento linear em função da taxa de utilização (**tu**) equivalente a expressão seguinte:

$$\mathbf{Ct} = 16,435 * \mathbf{tu} + 49,6$$

O andamento linear do custo total é determinado mais pelo andamento da curva do custo de activação que pelo andamento da curva do custo de aluguer. Isso pode ser explicado pelo facto de uma maior taxa de utilização impõe a activação de mais minas.

7.8- ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

A escassa disponibilidade de dados técnicos e económicos reais da actividade da companhia, levou a necessidade de introduzir dados e parâmetros no modelo de PL que foram obtidos em consultas a empresas e profissionais da área. Em particular tratam-se das informações relacionados com os custos horários directos da produção e os teores das minas. Esta situação suscitou o recurso a análise de sensibilidade como forma de determinar os limites e validade das soluções encontradas. A solução escolhida para a análise de sensibilidade foi a correspondente a taxa de utilização $tu=100\%$, para considerar que um tratamento semelhante poderia ser desenvolvido para outros valores de tu diferentes.

7.9-VARIAÇÃO DOS TEORES E CUSTOS TEORES E CUSTOS

A variação dos teores e custos unitários na função objectivo foi feita por aumentos percentuais sucessivos de 5%, 10% e 15% para mais e para menos dos valores dos teores e os custos unitários, seguindo e as expressões seguintes:.

Para os teores temos:

$$teor \pm \% * teor$$

Para os custos temos:

$$custo \pm \% * custo$$

A tabelas em baixo mostram os valores da variação percentual positiva e negativa (\pm) dos custos unitários relativos a cada uma das minas na Função Objectivo representada na tabela 03 e dos teores no vinculo de qualidade representada na tabela 04 do modelo de programação linear.

Tabela 24- Variação percentual dos custos

CUSTOS	-15%	-10%	-5%	5%	10%	15%
0,5	0,425	0,450	0,475	0,525	0,550	0,575
0,44	0,374	0,396	0,418	0,462	0,484	0,506
0,46	0,391	0,414	0,437	0,483	0,506	0,529
0,44	0,374	0,396	0,418	0,462	0,484	0,506
0,42	0,357	0,378	0,399	0,441	0,462	0,483
0,44	0,374	0,396	0,418	0,462	0,484	0,506
0,44	0,374	0,337	0,320	0,336	0,369	0,425

Tabela 25- Variação percentual dos teores

TEORES	-15%	-10%	-5%	5%	10%	15%
0,34	0,289	0,396	0,323	0,357	0,374	0,391
0,36	0,306	0,324	0,378	0,378	0,396	0,414
0,35	0,298	0,315	0,333	0,368	0,385	0,403
0,34	0,289	0,396	0,323	0,357	0,374	0,391
0,34	0,289	0,396	0,323	0,357	0,374	0,391
0,36	0,306	0,324	0,378	0,378	0,396	0,414
0,37	0,315	0,333	0,352	0,389	0,407	0,426

Após o cálculo das variações percentuais dos teores e dos custos, o SIMPLEX é lançado para todas as variações conjuntas dos valores dos teores e dos custos, e estão apresentados na tabela 26. Notar que a primeira linha da tabela corresponde o resultado óptimo sem variação alguma dos custos nem dos teores. Os resultados na tabela 26 mostram que a solução não é estável com a variação conjunta dos teores e dos custos, sendo apenas para os valores de variação conjunta de -10% e 10% é que temos uma solução muito próxima do resultado óptimo, com a activação da mina 1 da zona 1 para uma produção horária de 10 m³.

Tabela 26- Variações conjunta dos custos unitários e dos teores

Variações dos custos (%)	Variações dos teores (%)	Solução óptima (\$/h)	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24
0	0	51,28	0	44	12	0	0	16	44
-15	-15	50,24	43	4	0	16	44	0	0
-10	-10	50,44	10	44	0	0	0	16	44
-5	-5	51,74	7	44	0	0	0	44	16
5	5	51,20	43	4	0	16	44	0	0
10	10	51,44	10	44	0	0	0	16	44
15	15	55,30	5	44	7	0	6	10	44

Perante este resultado, passou a ser interessante avaliar o efeito da variação independente dos custos na FO e dos teores no vínculo de qualidade. Os resultados da variação dos custos estão apresentados na tabela 26 e da sua observação vemos que a solução é bastante estável, a excepção para as variação iguais a -10% , 5% e 15% que mostram algum impacto na variação do custo total, de abaixamento no caso das variações -10% e 5% , e contrariamente um agravamento significativo do custo total, não apenas do custo directo (solução do simplex) mais também dos custos de activação e aluguer pela activação da mina M11, que acontece se a variação for de 15%.

Tabela 27- Solução óptima das variações dos custos

Variação dos custos (%)	Solução óptima (\$/h)	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24
0	51,28	0	44	12	0	0	16	44
-15	51,28	0	44	12	0	0	16	44
-10	43,47	0	44	12	0	4	12	44
-5	51,28	0	44	12	0	0	16	44
5	48,31	0	43	13	0	0	16	44
10	51,28	0	44	12	0	0	16	44
15	55,30	44	12	0	4	12	44	44

A tabela 27 mostra a validade da solução óptima com a variação apenas dos custos, mantendo fixos os valores dos teores na FO do modelo. Neste caso a solução é muito mais estável e a validade da solução é verificada para -15% , -5%, e 10% de variação, sendo que a solução óptima não muda, em relação ao resultado óptimo encontrando pelo simplex.

Tabela 28- Soluções com as variações dos teores

Variações teores(%)	Solução óptima (\$/h)	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X24
0	51,28	0	44	12	0	0	16	44
-15	50,24	0	44	10	0	6	10	44
-10	50,44	5	44	5	0	6	10	44
-5	51,28	0	44	12	0	0	16	44
5	51,20	0	44	12	0	0	12	44
10	51,36	5	44	7	0	6	10	44
15	55,30	5	44	7	0	6	10	44

A tabela 28 mostra a validade da solução óptima com a variação apenas dos teores, mantendo fixos os valores dos custos na FO do modelo. Neste é claro que a solução é muito mais instável a variação dos teores se comparada com a variação dos custos, onde a validade da solução é verificada apenas para -5% de variação, e embora a solução óptima mude, mas verifica-se um abaixamento do custo total directo (resultado óptimo pelo simplex) com o baixamento dos valores dos teores das minas. A variação positiva dos teores leva ao agravamento do custo total directo por causa da activação de outras minas, que por sua vez é agravado pelo custo de aluguer de equipamento e da activação.

CONCLUSÃO

A partir do que foi exposto, pode-se concluir que com a utilização do método SIMPLEX sequencialmente, com os aumentos gradual das taxas de utilização da lavaria de pré-tratamento, é possível activar outras minas em cada zona. Para activação das minas é necessário que haja aquisição de equipamentos de transporte (camiões) e de escavação (escavadoras).

As activações de outras minas começam a partir da **tu** de 70% até 100%, com essas minas funcionar é necessário levamos em conta os custos de aluguer dos equipamentos (camiões e escavadoras) e os custos de activação das minas.

Com um valor óptimo de 51,28\$/h da **tu** á 100%, vimos que para obtenção dos equipamentos para as novas minas em funcionamnto, foi gasto num total de 13,2\$/h de aluguer e num total de 31,08\$/h de custos de activação das minas.

A solução é óptima a partir das variações dos custos de -15%,-5% e 10% dos custos unitários e com a variação de -5% dos teores.

RECOMENDAÇÕES

Uma vez determinada o custo óptimo de produção e os custos de aluguer e de activação das minas, recomenda-se o seguinte:

A utilização deste projecto para ativações de outras minas das zona-1 e zona-2 e minimização os custos de transportes de projectos com problemas semelhantes.

Aos colegas do Curso engenharia de minas o aprofundamento desta parte da investigação Operacional (PL), para fim de dar soluções aos problemas de produção e transporte, de forma a maximizar os lucros e minimizar os custos dentro de uma empresa.

Para o departamento de Engenharia de minas, a implementação do software LINGO no plano curricular da disciplina de Investigação Operacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Andrade, L. (2000). *Introdução à pesquisa operacional: Métodos e modelos para análise de decisões* (4ª ed.,p.202). Rio de Janeiro, Brasil: LTC.
2. https://pt.wikipedia.org/wiki/Categoria:Pesquisa_operacional. Acessado aos 16/08/2021, 02:47 PM, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.
3. Andrade, L. (1998) *Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisão* (, reimpressão da 2ª ed 2000, p.11). Rio de Janeiro, Brasil: LTC.
4. Ceciliano, W., R., A. (2007) *Aplicação de um método de simulação para otimização na cadeia produtiva de minérios de ferro*. São Paulo, Brasil: (Dissertação de Mestrado. Sistemas Logísticos. Departamento de Engenharia de Transportes da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo).
5. Chung, C., A. (2004) *Simulation Modeling Handbook. A practical Approach*. CRC Press Boca Raton London New York,EUA Washington: DC.
6. ÇETIN, N. *Open-Pit Truck/Shovel Haulage System Simulation. A Thesis submitted to the graduate school of Natural and applied sciences of middle east technical university*. 2004.
7. Coelho, G., F.,& Oliveira., Bárbara, R., P.,& Pinto, L., R.,& Martins, A.,G.(sd) *Análise do congestionamento do sistema produtivo de uma mina a céu aberto: comparativo entre soluções propostas por modelos de otimização e simulação*.
8. Hillier, F., S. & Lieberman, G., J.(2006) *Introdução à pesquisa operacional*. (8ª ed), tradução Ariovaldo Griesi. Editora Ada Santos Seles.
9. Marin, T.(2009). *Impacto da Variabilidade Operacional na Execução do Plano de Lavra*.São Paulo, Brasil: Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

10. Martins, A., G.(2013). *Simulação de operações de lavra da mina de Brucutu utilizando um modelo de programação linear para alocar os equipamentos de carga*. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-graduação do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. MG.
- 12-OLALEYE, B. M and Adagbonyin, P. E. *Simulation of Loading and Haulage of Fragmented Rock in a Typical Granite Quarry in Ondo State, Nigeria*. Journal of Emerging Trends in Engineering and Applied Sciences (JETTEAS) 2 (5): 884-890. Scholarlink Research Institute Journals, 2011 (ISSN: 2141-7016). Jeteas.scholarlonkresearch.org
- 13-Pinto, L., R. (1999)0. *Metodologia de Análise do Planejamento de Lavra de Minas a Céu Aberto Baseada em Simulação das Operações de Lavra*. Tese de Doutorado.COPPE/UFRJ.
- 14-Pinto, L., R.(2002), *Teoria das filas e simulação* editora: PO. DEMIN / EM/UFOP
- 15-Prado, D., S.(1999). *Aplicação da programação linear usando arena em simulação*. (Volume 3. Editora DG-Desenvolvimento Gerencial). Belo Horizonte-Minas gerais: Brasil
- 16-SANTOS, Ricardo. **Pesquisa Operacional, Introdução, Histórico e Conceitos Básicos**. www.facom.ufms.br/~ricardo/Courses/OP-2008/Lectures/Lec01.pdf
- 17-Joaquim Solias, (2020) *Análise dos Custos Operacionais de Produção no Dimensionamento de frota de Carregamento e Transporte na Remoção de Tufos Sedimentais na Mina do Lunhinga*. Universidade Agostinho Neto, Departamento de Minas.

